DUMITRU GHEORGHIU

LOGICĂ GENERALĂ

II

ANALIZA ŞI EVALUAREA ARGUMENTELOR ÎN LOGICA PREDICATELOR. SISTEME DEDUCTIVE. EXTINDERI ŞI MODIFICĂRI ALE LOGICII PROPOZIŢIONALE CLASICE. ARGUMENTE PLAUZIBILE

Universitatea Spiru Haret

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
GHEORGHIU, DUMITRU
Logică generală / Dumitru Gheorghiu. – Bucureşti, Editura Fundației *România de Mâine*, 2004
162 p.; 20,5 cm
ISBN 973-582-696-8
Vol. 2. – 2004. - ISBN 973-582-885-5

16(075.8)

ISBN 973-582-696-8 general
ISBN 973-582-885-5 vol II

Redactor: Octavian CHEȚAN
Tehnoredactor: Marcela OLARU
Coperta: Stan BARON

Bun de tipar: 13.01.2004; Coli tipar: 10,25
Format: 16/61×86

Editura şi Tipografia Fundației *România de Mâine*
Splaiul Independenței nr.313, Bucureşti, sector 6,
O. P. 83, Telefon şi Fax. 410 43 80 www. SpiruHaret.ro
e-mail: contact@edituraromaniademaine.ro

UNIVERSITATEA *SPIRU HARET*
FACULTATEA DE FILOSOFIE ŞI JURNALISTICĂ

DUMITRU GHEORGHIU

LOGICĂ GENERALĂ

II

ANALIZA ŞI EVALUAREA ARGUMENTELOR ÎN LOGICA PREDICATELOR. SISTEME DEDUCTIVE. EXTINDERI ŞI MODIFICĂRI ALE LOGICII PROPOZIŢIONALE CLASICE. ARGUMENTE PLAUZIBILE

EDITURA FUNDAŢIEI *ROMÂNIA DE MÂINE*
Bucureşti, 2004

CUPRINS

V. ANALIZA ŞI EVALUAREA ARGUMENTELOR ÎN LOGICA PREDICATELOR

În logica propoziţională[1], propoziţiile simple contează ca unităţi neanalizate, iar metodele logicii propoziţionale permit evaluarea argumentelor deductive cu propoziţii compuse cu ajutorul expresiilor logice „nu”, „şi”, „sau” şi „dacă”. Metodele silogisticii[2] permit evaluarea argumentelor deductive cu propoziţii categorice, a căror validitate depinde de structura internă a propoziţiilor componente, dată de relaţiile enunţate de propoziţiile respective între termenii din alcătuirea lor. Logica predicatelor, numită şi „teoria cuantificării”, oferă un model pentru analiza şi evaluarea argumentelor silogistice, precum şi pentru analiza şi evaluarea unor argumente care nu pot fi tratate adecvat nici în logica propoziţională şi nici în silogistică, deoarece îmbină trăsături ale argumentelor cu propoziţii compuse cu trăsături ale argumentelor silogistice. În plus, limbajul formal al logicii predicatelor permite o analiză pertinentă a unor noţiuni fundamentale pentru argumentarea nedeductivă, precum şi sesizarea structurilor „de adâncime” ale argumentelor nedeductive.

5.1. Noţiunea de predicat în logica predicatelor

Ideea de bază a logicii predicatelor este că orice univers de discurs este alcătuit din *entităţi individuale* sau *indivizi*, despre care se enunţă că au sau nu anumite însuşiri, respectiv că stau sau nu în anumite relaţii[3]. Natura acestor entităţi individuale este indiferentă; tot ceea ce contează în logica predicatelor

[1] Vezi capitolul II, în Dumitru Gheorghiu, *Logică generală*, vol. I, Editura Fundaţiei *România de Mâine,* Bucureşti, 2001.

[2] Vezi capitolul III.

[3] Ca atare, prin „individ” vom înţelege în continuare orice lucru, fapt, situaţie etc. despre care se poate spune că are sau nu o anumită însuşire, respectiv că stă sau nu într-o anumită relaţie cu un individ.

este presupunerea că *în universul de discurs considerat există cel puţin un individ* sau, altfel spus, că *orice univers de discurs considerat este nevid*. În acest cadru, un **predicat** este o expresie incompletă care introduce în discurs o însuşire sau o relaţie. Fie, de pildă, propoziţia „Toţi sportivii sunt profesionişti sau amatori”. Din punctul de vedere al logicii predicatelor, în această propoziţie apar predicatele „… este sportiv”, „… este profesionist” şi „… este amator”, fiecare dintre acestea introducând o însuşire, respectiv *a fi sportiv*, *a fi profesionist* şi *a fi amator*. Din acelaşi punct de vedere, în propoziţia „Deputaţii şi senatorii primesc o indemnizaţie” apar predicatele „… este deputat”, „… este senator”, „… este indemnizaţie” şi „… primeşte …”. Primele trei predicate introduc însuşiri, în timp ce ultimul predicat introduce o relaţie între cel care primeşte ceva şi ceea ce este primit.

Punctele nu fac parte propriu-zis dintr-un predicat, ci marchează „locuri goale” care pot fi completate cu termeni individuali[4] sau cu anumite pronume nehotărâte pentru a se obţine propoziţii. După cum reiese şi din exemplele de mai sus, predicatele care introduc însuşiri conţin un singur astfel de loc gol, motiv pentru care se numesc „predicate monadice”, iar predicatele care introduc relaţii conţin cel puţin două astfel de locuri goale, motiv pentru care se numesc „predicate poliadice”. Predicatele care introduc o relaţie între doi indivizi (conţin două locuri goale) se numesc „predicate diadice”, iar cele care introduc o relaţie între trei indivizi se numesc „predicate triadice”. În general, se spune că un predicat cu n locuri goale este un predicat n-adic. Astfel, predicatele poliadice sunt predicate n-adice cu $n\geq2$. Fie, de pildă, predicatul monadic „… este romancier”. Din acest predicat putem obţine cel puţin propoziţiile „Liviu Rebreanu este romancier”[5], „Cel puţin cineva este romancier”, „Octavian Goga este romancier” şi „Oricine este romancier”, primele două propoziţii fiind adevărate, iar ultimele două fiind false.

Fie acum predicatul diadic „… înfiază pe …”. Din acest predicat putem obţine, între altele, propoziţiile „Cel puţin cineva înfiază pe cel puţin cineva”, „Cel puţin cineva înfiază pe oricine”, „Oricine înfiază pe cel puţin

[4] Amintim că un termen individual desemnează un singur obiect specificat, determinat şi că termenii individuali pot fi descriptivi (e.g. „Autorul romanului *Răscoala*”, „cel mai înalt munte de pe Pământ”) sau nedescriptivi (e.g. „Liviu Rebreanu”, „Hymalaia”).

[5] Aici şi în cele ce urmează facem abstracţie de timpul verbului „a fi”.

cineva” şi „Oricine înfiază pe oricine”, prima propoziţie fiind adevărată, iar celelalte fiind false. Predicatele „… se află între … şi …” şi „… împrumută pe … cu …” sunt exemple de predicate triadice.

În cele ce urmează, ne vom limita analiza la propoziţii în care apar predicate cel mult diadice.

5.2. **Simbolismul logicii predicatelor**

Simbolismul (limbajul) logicii predicatelor este alcătuit din simbolismul logicii propoziţionale, la care se adaugă următoarele:

1. Minusculele de la începutul alfabetului latin – *a*, *b*, *c* etc. – eventual urmate de indici, sunt *constante individuale*. Constantele individuale pot fi puse în corespondenţă cu termeni individuali.
2. Minusculele de la sfârşitul alfabetului latin – *x*, *y*, *z* – eventual urmate de indici, sunt *variabile individuale*. Variabilelor individuale nu le corespunde vreun tip de expresie din limbajul natural, ele fiind utilizate pentru a marca locurile goale dintr-un predicat. Ca atare, se spune că variabilele individuale desemnează „indivizi oarecare” sau „indivizi nedeterminaţi”.
3. Majusculele *F*, *G* şi *H* sunt *litere-predicat* sau *variabile-predicat*. Literele-predicat pot fi puse în corespondenţă cu nume de însuşiri sau de relaţii. Pentru înlesnirea expunerii, în aplicaţii se pot folosi şi alte majuscule ale alfabetului latin.
4. Simbolurile $\forall$ şi $\exists$ urmate de o variabilă individuală, de pildă $\forall x$, $\forall y$, $\exists x$, $\exists y$, sunt *cuantori.* O combinaţie de simboluri de forma $\forall x$ se numeşte „cuantor universal” şi se citeşte „pentru orice *x* …” sau „oricare ar fi *x* …”, iar o combinaţie de forma $\exists x$ se numeşte „cuantor existenţial” şi se citeşte „există cel puţin un *x* astfel încât …”.
5. Literele-predicat urmate de cel puţin o variabilă individuală – *Fx*, *Gy*, *Hxy* etc. – sunt *formule elementare deschise ale logicii predicatelor* sau *scheme de predicate*. Schemele de predicate pot fi puse în corespondenţă cu predicate. Analog predicatelor simbolizate, avem scheme de predicate monadice, cum sunt *Fx* şi *Gy*, sau scheme de predicate diadice, cum este *Hxy*. O schemă de predicat *Fx* se citeşte „*x* este *F*” sau „*F* de *x*”, iar o schemă de predicat *Hxy* se citeşte „*H* de *x*, *y*”.

6. Literele-predicat urmate de cel puţin o constantă individuală – *Fa*, *Gb*, *Hab* etc. – sunt *scheme de propoziţii elementare despre indivizi* şi se folosesc pentru a simboliza propoziţii care enunţă că un individ are o anumită însuşire sau că doi sau mai mulţi indivizi au se află într-o anumită relaţie. Aceste scheme pot fi considerate ca fiind obţinute din scheme de predicate prin înlocuirea variabilelor individuale cu constante individuale. De pildă, *Hab* („*H* de *a*, *b*") poate fi obţinută din *Hxy* prin înlocuirea lui *x* cu *a* şi a lui *y* cu *b*.
7. Prin cuantificarea fiecărei variabile dintr-o schemă de predicat se obţine o *formulă elementară închisă a logicii predicatelor*, precum $\forall xFx$ („pentru orice *x*, *x* este *F*"), $\exists yFy$ („există cel puţin un *y*, astfel încât *y* este *F*"), $\forall x\exists yHxy$ („pentru orice *x* există cel puţin un *y*, astfel încât *H* de *x*, *y*") etc. Despre astfel de formule se spune că sunt *scheme de propoziţii elementare cuantificate*.

Într-o formulă a logicii predicatelor, variabilele individuale la care se referă un cuantor au calitatea de *variabile legate* („capturate") de acel cuantor, iar variabilele la care nu se referă vreun cuantor au calitatea de *variabile libere* („necapturate"). Astfel, în formulele elementare închise $\forall xFx$, $\exists yFy$ şi $\forall x\exists yHxy$, variabilele individuale *x* şi *y* sunt legate. În acest sens, formulele închise ale logicii predicatelor sunt formule în care toate variabilele individuale sunt legate, iar formulele deschise ale logicii predicatelor sunt formule în care apare cel puţin o variabilă individuală liberă. De exemplu, $\exists yFxy$ este o formulă deschisă, deoarece conţine variabila individuală liberă *x*[6].

8. *Formulele neelementare ale logicii predicatelor* sunt alcătuite din formule elementare cu ajutorul operatorilor propoziţionali.

   De pildă, $\forall x\ (Fx \vee \sim Fx)$ este o formulă sau schemă neelementară închisă, obţinută prin cuantificarea universală a variabilei *x* în formula neelementară închisă $Fx \vee \sim Fx$. Formula $\forall x\ (Fx \vee \sim Fx)$ se citeşte „pentru orice *x*, *x* este *F* sau *x* nu este *F*".

---

[6] Formula $\exists yFxy$ poate fi considerată ca o schemă de predicat „degenerat" de *x*. De pildă, punând în corespondenţă schema de predicat *Fxy* cu predicatul „*x* vede pe *y*", se obţine expresia incompletă „*x* vede pe cel puţin cineva".

Se numeşte „domeniu” al unui cuantor acea parte dintr-o formulă la care se referă cuantorul respectiv. Astfel, în formula $\forall x$ ($Fx \vee \sim Fx$), domeniul cuantorului universal este formula $Fx \vee \sim Fx$. Domeniul unui cuantor este indicat, de regulă, de parantezele care îl urmează imediat; dacă un cuantor nu este urmat de paranteze, atunci domeniul acelui cuantor este prima formulă elementară care îl urmează. De pildă, în formula $\forall xFx \supset Fy$, domeniul cuantorului universal este formula Fx, în $\exists yFxy$, domeniul cuantorului existenţial este formula Fxy, iar în $\forall x\exists yHxy$, fiecare cuantor are ca domeniu formula Hxy.

În construirea formulelor logicii predicatelor adoptăm următoarele trei restricţii: (i) una şi aceeaşi apariţie a unei variabile individuale nu poate fi legată de cuantori diferiţi (universal, existenţial). De pildă, această restricţie nu este încălcată în formula $\forall xFx \supset \exists xFx$, dar este încălcată în formula $\forall x$ ($Fx \supset \exists xFx$); (ii) una şi aceeaşi variabilă nu poate să apară atât liberă, cât şi legată în aceeaşi formulă, ca în exemplul $\exists xFx \vee Hxy$; (iii) nici o literă predicat nu poate să apară într-o formulă cu un număr diferit de apariţii ale variabilelor individuale ataşate, ca în exemplele $\forall x$ ($Fx \supset Fxx$), $\forall x$ ($Fx \supset Fxy$).

În rezumat, pe lângă simbolismul logicii propoziţionale, simbolismul logicii predicatelor conţine următoarele:

1. Constante individuale: a, b, c, …
2. Variabile individuale: x, y, z, …
3. Litere-predicat: F, G, H, …
4. Cuantori: $\forall x$, $\exists x$
5. Scheme de predicate: Fx, Gy, Hxy, …
6. Scheme de propoziţii elementare despre indivizi: Fa, Gb, Hab, …
7. Scheme de propoziţii elementare cuantificate: $\forall xFx$, $\exists yGy$, $\forall x\exists yHxy$, …
8. Scheme neelementare, cuantificate sau nu: $\forall x$ ($Fx \vee \sim Fx$), $Fx \vee \sim Fx$, $\forall xFx \supset \exists xFx$ …

5.3. **Scheme de propoziţii despre indivizi**

După cum am arătat, constantele individuale pot fi puse în corespondenţă cu termeni individuali. Schemele de propoziţii elementare despre indivizi pot fi combinate cu ajutorul operatorilor propoziţionali pentru

a obține formule neelementare analoage structural cu cele ale logicii propoziționale. De pildă, date fiind corespondențele

Fx – x este infractor	*a – Popescu*
Gyx – y este complice cu x	*b – Ionescu*,

formula $(Fa\ \&\ Gba) \supset Fb$ redă forma logică a propoziției compuse „Dacă Popescu este infractor şi Ionescu este complice cu Popescu, atunci Ionescu este infractor”. Să observăm că în limbajul logicii propoziționale, această propoziție apare a fi de forma $(p\ \&\ q) \supset r$. Între componentele acestei formule – p, q, şi r – nu apare nici o legătură, or nu acesta este cazul componentelor corespunzătoare ale propoziției formalizate. Prin contrast, în formula $(Fa\ \&\ Gba) \supset Fb$ apar legăturile dintre componente, datorită faptului că litera-predicat F are două apariții şi la fel fiecare dintre cele două constante individuale a şi b. Acest exemplu ilustrează faptul că formalizarea în limbajul logicii predicatelor pune în evidență conexiuni care țin de structura internă a propozițiilor formalizate şi care nu pot fi puse în evidență în limbajul logicii propoziționale.

Să examinăm acum problema valorii logice a unei formule de acest tip. Rezolvarea acestei probleme presupune interpretarea formulei respective, iar *a interpreta o schemă de propoziție despre indivizi înseamnă a asocia câte un termen individual fiecărei constante individuale din alcătuirea sa şi câte un predicat fiecărei scheme de predicat din care a fost obținută o schemă de propoziție elementară despre indivizi din alcătuirea sa*.

Fie, de pildă, constantele individuale a şi b şi schemele de predicate Fx şi Gxy. Prin înlocuirea variabilelor individuale x şi y cu constantele menționate se obțin următoarele şase scheme elementare de propoziții despre indivizi:

(i) *Fa*	(ii) *Fb*	(iii) *Gaa*
(iv) *Gbb*	(v) *Gab*	(vi) *Gba*

Să considerăm următoarea interpretare, pe care o vom numi „interpretarea *A*”:

a – Bucureşti	*Fx – x este municipiu*
b – Ploieşti	*Gxy – x este la nord de y*

Este uşor de constatat că în interpretarea *A*, schemele (i), (ii) şi (vi) iau valoarea *1* (*adevărat*), iar schemele (iii), (iv) şi (v) iau valoarea *0* (*fals*). Pe această bază putem stabili valoarea logică a oricărei formule neelementare în

care apar scheme din mulțimea (i) – (vi), în interpretarea *A*, ținând cont de operatorii propoziționali care apar în formula respectivă. De pildă, fie următoarele două formule:

(vii) $Fa \vee Gba$ (viii) $(Fb \ \& \sim Gab) \supset Gaa$

În interpretarea menționată, formula (vii) ia valoarea *1* („București este municipiu sau Ploiești este la nord de București”), iar formula (viii) ia valoarea *0* („Dacă Ploiești este municipiu şi Bucureşti nu este la nord de Ploieşti, atunci Bucureşti este la nord de Bucureşti”). Acum, fie următoarea interpretare a schemelor (i) – (viii), pe care o vom numi „interpretarea *B*”:

a – 8 *Fx – x este număr impar*
b – 4 *Gxy – x este divizibil cu y*

După cum se poate constata, schemele elementare care iau valoarea *1* în interpretarea *A* iau valoarea *0* în interpretarea *B*, iar cele care iau valoarea *0* în *A* iau valoarea *1* în *B*. Tot aşa, valorile logice luate în interpretarea *A* de către formulele neelementare (vii) şi (viii) se schimbă în interpretarea *B*. Astfel, în *B*, formula (vii) ia valoarea *0*, fiind o disjuncție în care ambii membri iau valoarea *0* („8 este număr impar sau 8 nu este divizibil cu 4”), în timp ce formula (viii) ia valoarea *1*, fiind un condițional în care antecedentul ia valoarea *0* şi consecventul ia valoarea *1* („Dacă 4 este număr impar şi 8 nu este divizibil cu 4, atunci 8 este divizibil cu sine”). Vom spune că *o schemă de propoziții despre indivizi care are cel puțin o interpretare în care ia valoarea 1 şi cel puțin o interpretare în care ia valoarea 0 este o formulă contingentă a logicii predicatelor*. Întrucât, după cum am văzut, există cel puțin o interpretare în care iau valoarea *1* şi cel puțin o interpretare în care iau valoarea *0*, schemele (i) – (viii) sunt formule contingente ale logicii predicatelor.

Pentru cele ce urmează, vom introduce noțiunea de *substituție uniformă* într-o formulă a logicii propoziționale. Fie *A* şi *B* două formule oarecare ale logicii propoziționale şi *v* o variabilă propozițională care apare cel puțin o dată în formula *A*. Se numeşte „substituție uniformă” a variabilei *v* în formula *A* operația de înlocuire a variabilei *v* în toate aparițiile sale din formula *A* cu formula *B*. În general, indicația de substituire a unei variabile *v* cu o formulă *B* se notează „*v*/*B*”. De pildă, efectuând substituția $p/(q \vee r)$ în formula $(p \ \& \ q) \supset p$, obținem, formula $[(q \vee r) \ \& \ q] \supset (q \vee r)$. Se demonstrează că *prin substituția uniformă a unei variabile propoziționale*

într-o lege a logicii propoziționale se obține o lege logică, precum şi că *prin substituția uniformă a unei variabile propoziționale într-o formulă inconsistentă a logicii propoziționale se obține o formulă inconsistentă*[7]. Cu alte cuvinte, operația de substituție uniformă conservă caracterul de lege logică a unei formule a logicii propoziționale, precum şi pe acela de formulă inconsistentă. În schimb, aşa cum a fost definită mai sus, această operație nu conservă caracterul de formulă contingentă. De pildă, din formula contingentă $q \supset p$ se obține formula contingentă $q \supset (q \ \& \ r)$ prin substituția $p/(q \ \& \ r)$, dar se obține legea logică $(p \ \& \ q) \supset p$ prin substituția $q/(p \ \& \ q)$.

O schemă (neelementară) de propoziție despre indivizi este lege logică dacă şi numai dacă ia valoarea 1 în orice interpretare a sa. Am văzut că, prin interpretare, schemele contingente de propoziții despre indivizi iau valoarea *1* sau valoarea *0*. Sub acest aspect, aceste scheme sunt analoage variabilelor propoziționale. Ca atare, orice schemă neelementară de propoziție despre indivizi obținută prin substituție uniformă într-o lege a logicii propoziționale ia valoarea *1* în orice interpretare, fiind astfel o lege logică. De pildă, schemele $Fa \vee \sim Fa$ şi $(Fa \ \& \sim Gab) \supset Fa$ sunt legi logice, fiind obținute, respectiv, din legile logice $p \vee \sim p$ şi $(p \ \& \ q) \supset p$ prin substituțiile p/Fa şi $q/\sim Gab$.

Problema care se pune este dacă există scheme de propoziții despre indivizi care sunt legi logice, dar nu pot fi obținute prin substituție uniformă dintr-o lege a logicii propoziționale. Dacă luăm în considerare doar constantele logice $\sim$, $\vee$, $\&$, $\supset$ şi $\equiv$, precum şi pe cele reductibile la acestea, răspunsul este negativ. Dacă, însă, se introduce o constantă specială, notată cu semnul „=”, numit „identitate” şi citit „este identic cu”, atunci răspunsul este afirmativ. Fie, de pildă, propoziția „Dacă Tudor Arghezi a fost scriitor şi Tudor Arghezi este acelaşi cu Ion Teodorescu, atunci Ion Teodorescu a fost scriitor”. Această propoziție este logic adevărată (nu poate fi falsă). Formalizând propoziția în limbajul logicii propoziționale, obținem condiționalul $(p \ \& \ q) \supset r$, care este o formulă contingentă. Folosind limbajul logicii predicatelor fără identitate, obținem condiționalul $(Fa \ \& \ Gab) \supset Fb$, care, de asemenea, este o formulă contingentă (exercițiu). Introducând semnul identității, obținem formula $[Fa \ \& \ (a = b)] \supset Fb$ („Dacă *a* este *F* şi *a*

[7] Vezi exercițiul 4.

este identic cu *b*, atunci *b* este *F*”), care este o lege logică ce nu poate fi obținută prin substituție uniformă într-o lege a logicii propoziționale.

Din cele de mai sus, rezultă că dacă ne limităm la constantele logice introduse anterior (deci fără identitate), putem aplica metodele de decizie dezvoltate în logica propozițională pentru a stabili dacă o schemă neelementară de propoziție despre indivizi este sau nu lege logică, tratând schemele elementare din componența sa ca şi când ar fi variabile propoziționale.

5.4. **Scheme de propoziții uniform cuantificate**

Se numeşte „schemă de propoziție uniform cuantificată” sau, pe scurt, „schemă uniform cuantificată” orice formulă închisă a logicii predicatelor, elementară sau nu, în care apar numai scheme de predicate monadice care depind de una şi aceeaşi variabilă individuală. Astfel, următoarele formule sunt exemple de scheme uniform cuantificate:

(i) $\forall xFx \supset \forall xGx$ (ii) $\forall x\,(Gx \supset Fx)$
(iii) $\exists x\,(Hx\,\&\,Gx)$ (iv) $\forall x\,(Fx \vee Gx) \supset \exists xHx$

Dat fiind un univers de discurs nevid oarecare *U*, care conține un număr oricât de mare de indivizi a_1, a_2, …, condițiile semantice ale schemelor de propoziții elementare cuantificate de tipurile $\forall xFx$ şi $\exists xFx$ sunt următoarele (în continuare, ddacă” este o prescurtare pentru „dacă şi numai dacă”):

(1) O schemă de tipul $\forall xFx$ ia valoarea *1* în *U* ddacă fiecare individ din *U* este *F* sau, altfel spus, ddacă formula $Fa_1\,\&\,Fa_2\,\&\,\ldots$ ia valoarea*1*. De aici reiese că $\forall xFx$ ia valoarea *0* în *U* ddacă în *U* există cel puțin un individ care nu este *F* sau, altfel spus, ddacă formula $Fa_1\,\&\,Fa_2\,\&\,\ldots$ ia valoarea *0*.

(2) O schemă de tipul $\exists xFx$ ia valoarea *1* în *U* ddacă în *U* există cel puțin un individ care este *F* sau, altfel spus, ddacă formula $Fa_1 \vee Fa_2 \vee \ldots$ ia valoarea *1*. De aici reiese că $\exists xFx$ ia valoarea *0* în *U* ddacă nici un individ din *U* nu este *F*, sau, altfel spus, ddacă formula $Fa_1 \vee Fa_2 \vee \ldots$ ia valoarea *0*[8].

---

[8] Neviditatea universului de discurs este esențială pentru condițiile semantice (1) şi (2). Astfel, într-un *U* vid, orice schemă de tipul $\forall xFx$ ia valoarea *1*, deoarece nu există vreun individ care să nu fie *F*, iar orice schemă de tipul $\exists xFx$ ia valoarea *0*, deoarece nu există vreun individ care să fie *F*.

Condițiile semantice (1) şi (2) pun în legătură cuantorii universal şi existențial, respectiv, cu operatorii & şi $\vee$. Astfel, conform condiției (1), $\forall xFx$ are aceeaşi valoare logică (este echivalentă logic) în *U* cu formula Fa_1 & Fa_2 & …, iar conform condiției (2), $\exists xFx$ are aceeaşi valoare logică (este echivalentă logic) în *U* cu formula $Fa_1 \vee Fa_2 \vee$ ….

Să stabilim valorile logice ale formulelor (i) – (iv), considerând universul de discurs al localităților urbane din România şi următoarea interpretare:

Fx – x este oraş	a_1 – *Abrud*
Gx – x este municipiu	a_2 – *Adjud*
Hx – x este comună	…………

Stabilirea valorii logice a formulei (i) revine la stabilirea valorii logice a formulei

(v) $(Fa_1 \& Fa_2 \& \ldots) \supset (Ga_1 \& Ga_2 \& \ldots)$

Formula (v) este un condițional în care antecedentul ia valoarea *1* şi consecventul ia valoarea *0*; ca atare, această formulă ia valoarea *0*.

Conform condiției semantice (1), o schemă de tipul $\forall xFx$ poate fi înțeleasă ca asertând schema de predicat *Fx* despre fiecare individ din universul de discurs considerat. Analog, formula (ii) poate fi înțeleasă ca asertând schema neelementară deschisă $Gx \supset Fx$ despre fiecare individ din universul de discurs considerat. Astfel, stabilirea valorii logice a formulei (ii) revine la stabilirea valorii logice a formulei

(vi) $(Ga_1 \supset Fa_1) \& (Ga_2 \supset Fa_2) \& \ldots$

Formula (vi) este o conjuncție în care fiecare conjunct ia valoarea *1* (fiecare conjunct este un condițional în care consecventul ia valoarea *1*); ca atare, această formulă ia valoarea *1*, deci formula (ii) ia valoarea *1*.

Conform condiției semantice (2), o schemă de tipul $\exists xFx$ poate fi înțeleasă ca asertând schema de predicat *Fx* despre cel puțin un individ din universul de discurs considerat. Analog, formula (iii) poate fi înțeleasă ca asertând schema neelementară deschisă *Hx* & *Gx* despre cel puțin un individ din universul de discurs considerat. Astfel, stabilirea valorii logice a formulei (iii) revine la stabilirea valorii logice a formulei

(vii) $(Ha_1 \& Ga_1) \vee (Ha_2 \& Ga_2) \vee \ldots$

Formula (vii) este o disjuncție în care fiecare disjunct ia valoarea *0* (fiecare disjunct este o conjuncție în care cel puțin un conjunct ia valoarea *0*); ca atare, această formulă ia valoarea *0*, deci formula (iii) ia valoarea *0*.

În fine, stabilirea valorii logice a formulei (iv) revine la stabilirea valorii logice a formulei

(viii) $[(Fa_1 \vee Ga_1) \& (Fa_2 \vee Ga_2) \& \ldots] \supset (Ha_1 \vee Ha_2 \vee \ldots)$

Formula (viii) este un condițional în care antecedentul ia valoarea *1* (antecedentul este o conjuncție în care fiecare conjunct ia valoarea *1*), iar consecventul ia valoarea *0* (consecventul este o disjuncție în care fiecare disjunct ia valoarea *0*); ca atare, această formulă ia valoarea *0*, deci formula (iv) ia valoarea *0*.

Rezumând, în universul de discurs şi interpretarea considerate până acum, formula (ii) ia valoarea *1*, iar fiecare dintre formulele (i), (iii) şi (iv) ia valoarea *0*.

Să considerăm acum acelaşi univers de discurs ca mai sus, dar o altă interpretare, şi anume:

Fx – x este reşedință de județ	a_1 *– Abrud*
Gx – x este municipiu	a_2 *– Adjud*
Hx – x este oraş	…………...

Raționând pe baza formulelor (v) – (viii), rezultă că în această a doua interpretare, formula (ii) ia valoarea *0*, iar fiecare dintre formulele (i), (iii) şi (iv) ia valoarea *1* (exercițiu). În fine, în universul de discurs al localităților rurale din România şi în prima interpretare, formula (iii) ia valoarea *0*, iar fiecare dintre formulele (i), (ii) şi (iv) ia valoarea *1* (exercițiu).

Vom spune că *o formulă închisă este contingentă ddacă există cel puțin un univers de discurs şi o interpretare în care formula respectivă ia valoarea 1 şi cel puțin un univers de discurs şi o interpretare în care formula respectivă ia valoarea 0*. După cum am văzut, formulele (i) – (iv) sunt contingente.

O formulă neelementară închisă este lege logică dacă ia valoarea 1 în orice univers de discurs, finit sau infinit, şi orice interpretare. Pornind de la legi ale logicii propoziționale se poate ajunge la legi ale logicii predicatelor pe mai multe căi. Astfel, am văzut că, prin interpretare într-un univers de discurs, schemele contingente cuantificate uniform iau valoarea *1* sau valoarea *0*. Sub acest aspect, aceste scheme sunt analoage variabilelor

propoziționale. Ca atare, orice schemă cuantificată uniform, obținută prin substituție uniformă într-o lege a logicii propoziționale este o lege logică în logica predicatelor. De pildă, schema $\sim(\forall xFx \,\&\, \sim\forall xFx)$ este o lege logică, fiind obținută din legea logică $\sim(p \,\&\, \sim p)$ prin substituția $p/\forall xFx$.

În continuare, vom spune că, într-o schemă cuantificată uniform de tipul $\forall xA$ sau $\exists xA$, formula A este *matricea* schemei respective. De pildă, matricea schemei $\forall xFx$ este Fx, iar matricea schemei $\exists x\, [(Fx \vee Gx) \supset Hx]$ este $(Fx \vee Gx) \supset Hx$.

Fie acum schema neelementară deschisă $Fx \supset Fx$. Luată ca atare, acestei scheme nu i se poate atribui o valoare logică, deoarece ea corespunde unei expresii incomplete („dacă … este *F*, atunci … este *F*”). Considerată, însă, într-un univers de discurs oarecare, finit sau nu, alcătuit din indivizii a_1, a_2, …, schema $Fx \supset Fx$ ia valoarea *1*, oricare ar fi constanta individuală care înlocuieşte variabila x şi pentru orice interpretare a schemei de predicat Fx, deoarece orice astfel de propoziție neelementară despre indivizi ($Fa_1 \supset Fa_1$, $Fa_2 \supset Fa_2$, …) poate fi obținută , în principiu, prin substituție uniformă în legea logică $p \supset p$. Ca atare, formulele

$(Fa_1 \supset Fa_1) \,\&\, (Fa_2 \supset Fa_2) \,\&\, \ldots$
$(Fa_1 \supset Fa_1) \vee (Fa_2 \supset Fa_2) \vee \ldots$

sunt legi logice şi deci, conform celor arătate mai sus, echivalentele logice ale acestora – $\forall x\, (Fx \supset Fx)$ şi, respectiv, $\exists x\, (Fx \supset Fx)$ – sunt legi logice.

Vom spune că o matrice A este *izomorfă cu* o formulă a logicii propoziționale, dacă fiecărei variabile propoziționale distincte din formula respectivă îi corespunde o schemă de predicat distinctă în A. De pildă, $Fx \supset Fx$ este izomorfă cu $p \supset p$, iar $(Fx \vee Gx) \supset Hx$ este izomorfă cu $(p \vee q) \supset r$.

În general, orice schemă cuantificată uniform de tipul $\forall xA$ sau $\exists xA$, în care matricea A este izomorfă cu o lege logică a logicii propoziționale, este o lege a logicii predicatelor. Rezultă că pentru a verifica dacă o schemă cuantificată uniform de tipul $\forall xA$ sau $\exists xA$ este o lege a logicii predicatelor se pot aplica metodele de decizie dezvoltate în logica propozițională, tratând schemele-predicat care apar în matricele respective ca şi când ar fi variabile propoziționale.

Fie acum următoarea echivalență logică din logica propozițională:

(ix) $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$.

În orice univers de discurs U, finit sau infinit, alcătuit din indivizii $a_1, a_2, \ldots$, schema $\forall x\ (Fx \supset Gx)$, a cărei matrice este izomorfă cu formula $p \supset q$, ia valoarea *1* ddacă formula

(x) $(Fa_1 \supset Ga_1)\ \&\ (Fa_2 \supset Ga_2)\ \&\ \ldots$

ia valoarea *1*, iar schema $\forall x\ (\sim Fx \vee Gx)$, a cărei matrice este izomorfă cu $\sim p \vee q$, ia valoarea *1* ddacă formula

(xi) $(\sim Fa_1 \vee Ga_1)\ \&\ (\sim Fa_2 \vee Ga_2)\ \&\ \ldots$

ia valoarea *1*. Conform legii logice (ix) şi a regulii schimbului reciproc de echivalenţi[9], formulele (x) şi (xi) sunt echivalente logic. Prin urmare, schemele $\forall x\ (Fx \supset Gx)$ şi $\forall x\ (\sim Fx \vee Gx)$ sunt echivalente logic sau, altfel spus, formula

$$\forall x\ (Fx \supset Gx) \equiv \forall x\ (\sim Fx \vee Gx)$$

este o lege a logicii predicatelor. Asemănător, se poate arăta că şi formula

$$\exists x\ (Fx \supset Gx) \equiv \exists x\ (\sim Fx \vee Gx)$$

este o lege logică (exerciţiu).

În general, două scheme cuantificate uniform, QxA şi QxB, unde Qx este acelaşi cuantor, iar matricele A şi B sunt izomorfe cu formule echivalente logic ale logicii propoziţionale, sunt echivalente logic, astfel că $QxA \equiv QxB$ este o lege a logicii predicatelor.

În continuare, vom considera două legi ale logicii propoziţionale: $(p\ \&\ q) \supset p$, numită „legea contragerii conjuncţiei”, şi $p \supset (p \vee q)$, numită „legea extinderii disjuncţiei”. Următoarele formule reprezintă, respectiv, generalizări ale acestor două legi logice:

(xii) $(p\ \&\ q\ \&\ r\ \&\ \ldots) \supset p$

(xiii) $p \supset (p \vee q \vee r \vee \ldots)$

Pe baza legii logice (xii) se poate arăta că o schemă de tipul $\forall xFx$ implică logic schema Fa sau, altfel spus, că formula

---

[9] Amintim enunţul acestei reguli: *dacă două formule sunt echivalente logic, atunci ele pot fi înlocuite una cu cealaltă în orice context (formulă), fără ca valoarea logică a contextului (formulei) să se schimbe*. Pentru detalii, vezi capitolul II, secţiunea 2.4.

(xiv) $\forall xFx \supset Fa$

este o lege (implicaţie logică) a logicii predicatelor, iar pe baza legii logice (xiii) se poate arăta că o schemă de tipul *Fa* implică logic schema $\exists xFx$, sau, altfel spus, că formula

(xv) $Fa \supset \exists xFx$

este o lege (implicaţie) logică a logicii predicatelor[10]. Prin tranzitivitatea condiţionalului[11], din (xiv) şi (xv) rezultă că şi formula $\forall xFx \supset \exists xFx$ este lege logică. Legea (xiv) este numită „specificarea universală", iar legea (xv) este numită „generalizarea existenţială".

La rândul lor, legile (xiv) şi (xv) pot fi generalizate. Astfel, fie *Ax* o formulă în care variabila *x* este liberă şi *Aa* o formulă obţinută din *Ax* prin înlocuirea fiecărei apariţii a variabilei *x* cu constanta *a*. Atunci, schemele de tipurile $\forall xAx \supset Aa$ – **specificarea universală** – şi $Aa \supset \exists xFx$ – **generalizarea existenţială** – sunt legi logice. De pildă, următoarele două formule sunt legi logice, prima fiind o aplicaţie a specificării universale, cealaltă fiind o aplicaţie a generalizării existenţiale:

$\forall x\, [(Fx \,\&\, Gx) \supset \sim Hx] \supset [(Fa \,\&\, Ga) \supset \sim Ha]$
$[(Fa \,\&\, Ga) \supset \sim Ha] \supset \exists x\, [(Fx \,\&\, Gx) \supset \sim Hx]$

De notat că atât specificarea universală, cât şi generalizarea existenţială pot fi făcute şi în raport cu variabile individuale. Astfel, următoarele formule sunt legi logice:

(xvi) $\forall xFx \supset Fy$
(xvii) $Fy \supset \exists xFx$

Formula (xvi) enunţă că dacă pentru orice individ *x*, *x* este *F*, atunci un individ oarecare *y* este *F*, iar formula (xvii) enunţă că dacă un individ oarecare *y* este *F*, atunci există cel puţin un individ *x*, astfel încât *x* este *F*. Generalizând, fie *Ax* o formulă în care variabila *x* este liberă şi *Ay* o formulă obţinută din *Ax* prin înlocuirea fiecărei apariţii a variabilei *x* cu variabila *y*. Atunci, schemele de tipurile $\forall xAx \supset Ay$ – **specificarea universală** – şi $Ay \supset \exists xFx$ – **generalizarea existenţială** – sunt legi logice.

---

[10] Vezi exerciţiul 10.

[11] Vezi capitolul II, secţiunea 2.8.

Să considerăm următoarele două echivalențe logice, cunoscute sub numele de „legile lui De Morgan”[12]:

(xviii) $\sim(p \,\&\, q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$
(xix) $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \,\&\, \sim q)$

Generalizând legea (xviii), se poate arăta că o formulă de tipul $\sim\forall xFx$ este logic echivalentă cu $\exists x\sim Fx$ sau, altfel spus, că formula

(xx) $\sim\forall xFx \equiv \exists x\sim Fx$

este o lege (echivalență logică) a logicii predicatelor, iar pe baza generalizării legii (xix) se poate arăta că o formulă de tipul $\sim\exists xFx$ este echivalentă logic cu $\forall x\sim Fx$ sau, altfel spus, că formula

(xxi) $\sim\exists xFx \equiv \forall x\sim Fx$

este o lege (echivalență logică) a logicii predicatelor[13]. La rândul lor, legile (xx) şi (xi) pot fi generalizate după cum urmează: orice schemă de tipul $\sim\forall xA$ este echivalentă logic cu $\exists x\sim A$, astfel că $\sim\forall xA \equiv \exists x\sim A$ este lege logică şi orice schemă de tipul $\sim\exists xA$ este echivalentă logic cu $\forall x\sim A$, astfel că $\sim\exists xA \equiv \forall x\sim A$ este lege logică. De pildă, următoarele două formule sunt legi logice, reprezentând aplicații ale acestor generalizări:

$\sim\forall x\,(Fx \supset Gx) \equiv \exists x\sim(Fx \supset Gx)$
$\sim\exists x(Fx \equiv Gx) \equiv \forall x\sim(Fx \equiv Gx)$.

Aplicând legea (xxi), o formulă $\sim\exists x\sim$Fx este echivalentă logic cu $\forall x\sim\sim Fx$ şi, prin eliminarea dublei negații, cu $\forall xFx$, după cum, aplicând legea (xx), o formulă $\sim\forall x\sim Fx$ este echivalentă logic cu $\exists x\sim\sim$Fx şi, prin eliminarea dublei negații, cu $\exists xFx$. Rezultă că următoarele două formule sunt legi ale logicii predicatelor:

(xxii) $\forall xFx \equiv \sim\exists x\sim Fx$
(xxiii) $\exists xFx \equiv \sim\forall x\sim Fx$

Ultimele două legi pot fi generalizate asemănător legilor (xx) şi (xxi), astfel că formulele de tipurile $\forall xA \equiv \sim\exists x\sim A$ şi $\exists xA \equiv \sim\forall x\sim A$ sunt legi logice.

---

[12] Vezi capitolul II, secțiunea 2.8.
[13] Vezi exercițiul 10.

Pe baza legilor (xx)-(xxiii), numite „echivalențele cuantorilor”, se formulează **regula transformării cuantorilor**, după cum urmează: *un tip de cuantor poate fi înlocuit cu celălalt tip de cuantor ddacă imediat înainte şi după noul cuantor semnul negației este eliminat, dacă apare inițial, şi este introdus, dacă nu apare inițial*. De pildă, aplicând această regulă la formula

$\forall x{\sim}(Fx \,\&\, Gx) \supset {\sim}\exists x{\sim}(Fx \vee Gx)$

obținem formula

${\sim}\exists x\,(Fx \,\&\, Gx) \supset \forall x\,(Fx \vee Gx)$,

cele două formule fiind echivalente logic.

5.5. **Formule închise cu scheme de predicate diadice**

Fie schema de predicat diadic *Fxy*. În această schemă, *F* introduce o relație oarecare, pe care o putem reprezenta printr-o săgeată de la *x* la *y*: $x \rightarrow y$. Considerată în sensul arătat de săgeată, *Fxy* se va citi „*x* indică prin relația *F* pe *y*”; considerată în sens invers, *Fxy* se va citi „*y* este indicat prin relația *F* de către *x*”.

Fie următoarele opt formule (scheme) elementare închise, obținute prin cuantificarea variabilelor individuale *x* şi *y* din schema de predicat *Fxy*:

(i) $\forall x \forall y Fxy$	(v) $\forall y \forall x Fxy$
(ii) $\exists x \forall y Fxy$	(vi) $\forall y \exists x Fxy$
(iii) $\forall x \exists y Fxy$	(vii) $\exists y \forall x Fxy$
(iv) $\exists x \exists y Fxy$	(viii) $\exists y \exists x Fxy$

De notat că fiecărei formule dintr-o coloană îi corespunde în cealaltă coloană o formulă în care ordinea cuantorilor este inversată. Ca mai sus, vom considera un univers de discurs nevid oarecare *U*, care conține un număr oricât de mare de indivizi $a_1, a_2, \ldots$.

Fiecare dintre schemele (i)-(viii) poate fi înțeleasă ca asertând schema de predicat *Fxy* despre indivizii din *U*, după cum urmează:

(i) $\forall x \forall y Fxy$ Orice individ indică prin relația *F* pe orice individ
(ii) $\exists x \forall y Fxy$ Cel puțin un individ indică prin relația *F* pe orice individ
(iii) $\forall x \exists y Fxy$ Orice individ indică prin relația *F* pe cel puțin un individ

(iv) $\exists x \exists y Fxy$ Cel puțin un individ indică prin relația *F* pe cel puțin un individ

(v) $\forall y \forall x Fxy$ Orice individ este indicat prin relația *F* de către orice individ

(vi) $\forall y \exists x Fxy$ Orice individ este indicat prin relația *F* de către cel puțin un individ

(vii) $\exists y \forall x Fxy$ Cel puțin un individ este indicat prin relația *F* de către orice individ

(viii) $\exists y \exists x Fxy$ Cel puțin un individ este indicat prin relația *F* de către cel puțin un individ.

Aceste formulări pot fi luate drept condiții semantice ale schemelor corespunzătoare. Să exemplificăm pentru schemele (i), (ii) şi (vi). Astfel, schema (i) $\forall x \forall y Fxy$ ia valoarea *1* în *U* ddacă în *U* orice individ indică prin relația *F* pe orice individ. De aici reiese că $\forall x \forall y Fxy$ ia valoarea *0* în *U* ddacă în *U* cel puțin un individ nu indică prin relația *F* pe cel puțin un individ. De asemenea, reiese că o condiție necesară (evident, nu şi suficientă) pentru ca schema $\forall x \forall y Fxy$ să ia valoarea *1* în *U* este ca fiecare individ din *U* să se indice prin relația *F* pe sine (altfel nu ar indica prin relația *F* pe *toți* indivizii). De pildă, în universul de discurs al indivizilor umani şi interpretând pe *Fxy* prin predicatul „*x* iubeşte pe *y*", schema în discuție ia valoarea *1* ddacă oricine iubeşte pe oricine (inclusiv pe sine) şi ia valoarea *0* ddacă cel puțin cineva nu iubeşte pe cel puțin cineva.

Schema (ii) $\exists x \forall y Fxy$ ia valoarea *1* în *U* ddacă în *U* cel puțin un individ indică prin relația *F* pe orice individ. De aici reiese că $\exists x \forall y Fxy$ ia valoarea *0* în *U* ddacă în *U* fiecare individ nu indică prin relația *F* pe cel puțin un individ sau, altfel spus, ddacă în *U* nu există vreun individ care să indice prin relația *F* pe toți indivizii. De asemenea, reiese că o condiție necesară (evident, nu şi suficientă) pentru ca schema $\exists x \forall y Fxy$ să ia valoarea *1* în *U* este ca un individ din *U*, cel puțin, să se indice prin relația *F* pe sine. Dacă nu există vreun individ care să indice prin relația *F* pe toți indivizii, inclusiv pe sine, atunci $\exists x \forall y Fxy$ ia valoarea *0*. De pildă, în universul de discurs al indivizilor umani şi interpretând pe *Fxy* prin predicatul „*x* iubeşte pe *y*", schema în discuție ia valoarea *1* ddacă cel puțin cineva iubeşte pe oricine (inclusiv pe sine) şi ia valoarea *0* ddacă nu există cineva care să iubească pe oricine.

Schema (vi) $\forall y \exists x Fxy$ ia valoarea *1* în *U* ddacă în *U* orice individ este indicat prin relația *F* de către cel puțin un individ. De aici reiese că $\forall y \exists x Fxy$ ia valoarea *0* în *U* ddacă în *U* cel puțin un individ nu este indicat prin relația *F* de către nici un individ. De pildă, în universul de discurs al indivizilor umani şi interpretând pe *Fxy* prin predicatul „*x* iubeşte pe *y*”, schema în discuție ia valoarea *1* ddacă oricine este iubit de cel puțin cineva şi ia valoarea *0* ddacă cel puțin cineva nu este iubit de nimeni.

Să notăm că pentru a înlesni înțelegerea condițiilor de falsitate ale schemelor (i)-(viii) se poate recurge la legile logice (xx) şi (xxi), expuse în secțiunea anterioară. Astfel, schema (i) $\forall x \forall y Fxy$ ia valoarea *0* într-un *U* oarecare ddacă schema $\sim\forall x \forall y Fxy$ ia valoarea *1* în acel *U* (negația pusă în fața cuantorului universal contează ca negație a întregii formule). Considerând schema $\forall x \forall y Fxy$ drept cuantificarea universală a schemei $\forall y Fxy$ şi aplicând legea (xx), $\sim\forall x \forall y Fxy$ este echivalentă logic cu $\exists x \sim\forall y Fxy$ şi mai departe cu $\exists x \exists y \sim Fxy$. Prin urmare, schema $\forall x \forall y Fxy$ ia valoarea *0* în *U* ddacă $\exists x \exists y \sim Fxy$ ia valoarea *1* în *U*. Aplicând mai întâi legea (xxi) şi apoi legea (xx), rezultă că schema (ii) $\exists x \forall y Fxy$ ia valoarea *0* în *U* ddacă $\forall x \exists y \sim Fxy$ ia valoarea *1* în *U* (exercițiu) ş.a.m.d.

Condițiile semantice ale schemelor (i)-(viii) pot fi enunțate şi pe baza legăturilor dintre cuantorii universal şi existențial şi, respectiv, operatorii & şi $\vee$. Ilustrăm pentru schema (ii). Pentru simplificare, considerăm un univers de discurs alcătuit din trei indivizi: *a*, *b* şi *c*. Luând schema $\exists x \forall y Fxy$ drept cuantificarea existențială a schemei $\forall y Fxy$, desfacem mai întâi schema (ii) în disjuncția $\forall y Fay \vee \forall y Fby \vee \forall y Fcy$. La rândul său, fiecare disjunct se desface într-o conjuncție, obținându-se formula următoare:

$$(Faa \,\&\, Fab \,\&\, Fac) \vee (Fba \,\&\, Fbb \,\&\, Fbc) \vee (Fca \,\&\, Fcb \,\&\, Fcc).$$

Această formulă ia valoarea *1* ddacă cel puțin un individ din *U* indică prin relația *F* pe orice individ din *U*, deci inclusiv pe sine; ca atare, $\exists x \forall y Fxy$ ia valoarea *1* în *U* ddacă această formulă ia valoarea *1*.

În continuare, vom examina relațiile logice dintre schemele (i)-(viii), luate două câte două.

Conform condițiilor lor semantice, schemele (i) $\forall x \forall y Fxy$ şi (v) $\forall y \forall x Fxy$ iau aceeaşi valoare logică în orice *U* şi pentru orice interpretare a schemei de predicat *Fxy*, deoarece orice individ indică prin relația *F* pe orice individ ddacă orice individ este indicat prin relația *F* de către orice

individ. Prin urmare, schemele (i) şi (v) sunt echivalente logic, astfel că următoarea formulă este lege logică:

(ix) $\forall x \forall y Fxy \equiv \forall y \forall x Fxy$

Tot aşa, schemele (iv) $\exists x \exists y Fxy$ şi (viii) $\exists y \exists x Fxy$ sunt echivalente logic, deoarece cel puţin un individ indică prin relaţia *F* pe cel puţin un individ ddacă cel puţin un individ este indicat prin relaţia *F* de către cel puţin un individ. Astfel, următoarea formulă este lege logică:

(x) $\exists x \exists y Fxy \equiv \exists y \exists x Fxy$

Dacă într-o formulă a logicii predicatelor toţi cuantorii se află în faţa acelei formule şi nici un cuantor nu este precedat de negaţie, se spune că grupul respectiv de cuantori formează *prefixul* acelei formule. Domeniul unui prefix este tot restul formulei în cauză. Un *prefix omogen* este alcătuit din cuantori de acelaşi tip, iar un *prefix eterogen* este alcătuit din cuantori de tip diferit. Generalizând, legile logice (ix) şi (x) arată că *un prefix omogen este comutativ*, în sensul că ordinea cuantorilor într-un astfel de prefix este indiferentă. Drept urmare, prin comutarea cuantorilor într-un prefix omogen al unei formule se obţine o formulă echivalentă logic cu formula dată. De pildă, formulele

$\forall x \forall y [(Fx \& Gxy) \supset Fy]$ şi $\forall y \forall x [(Fx \& Gxy) \supset Fy]$

sunt echivalente logic, deci formula

$$\forall x \forall y [(Fx \& Gxy) \supset Fy] \equiv \forall y \forall x [(Fx \& Gxy) \supset Fy]$$

este lege logică.

Să examinăm acum schemele (ii) $\exists x \forall y Fxy$ şi (vi) $\forall y \exists x Fxy$. Să presupunem că schema $\exists x \forall y Fxy$ ia valoarea *1* într-un *U* oarecare. Această presupunere revine la a spune că în *U*, cel puţin un individ, fie acesta *a*, indică prin relaţia *F* pe orice individ. De aici rezultă că orice individ din *U* este indicat prin relaţia *F* de către *a*, deci de către cel puţin un individ din *U*. Întrucât este logic imposibil ca schema $\exists x \forall y Fxy$ să ia valoarea *1* într-un *U* oarecare şi schema $\forall y \exists x Fxy$ să ia valoarea *0* în acelaşi *U*, $\exists x \forall y Fxy$ implică logic $\forall y \exists x Fxy$, deci formula

(xi) $\exists x \forall y Fxy \supset \forall y \exists x Fxy$

este lege logică.

Reciproca relației logice exprimate de formula (xi) nu are loc: $\forall y \exists x Fxy$ nu implică logic $\exists x \forall y Fxy$, deci aceste două scheme nu sunt echivalente logic[14].

Pentru a face mai intuitivă relația logică exprimată de formula (xi), să interpretăm schema de predicat *Fxy* prin predicatul „*x* este cauză pentru *y*”. În această interpretare, $\exists x \forall y Fxy$ devine „cel puțin ceva este cauză pentru orice”, iar $\forall y \exists x Fxy$ devine „orice este cauzat de cel puțin ceva” („Orice are cel puțin o cauză”). Este uşor de văzut că prima propoziție implică logic pe cea de-a doua şi că a doua propoziție nu implică logic pe prima.

În mod asemănător, se poate arăta că (vii) $\exists y \forall x Fxy$ implică logic (iii) $\forall x \exists y Fxy$, deci că formula

(xii) $\exists y \forall x Fxy \supset \forall x \exists y Fxy$

este lege logică, precum şi că reciproca relației logice exprimate de formula (xii) nu are loc[15].

Deoarece au loc numai implicațiile logice (xi) şi (xii), nu şi reciprocele acestora, rezultă că *un prefix eterogen nu este comutativ*, în sensul că ordinea cuantorilor într-un astfel de prefix nu este indiferentă. De pildă, formulele $\exists x \forall y\ [(Fx \ \& \ Gxy) \supset Fy]$ şi $\forall y \exists x\ [(Fx \ \& \ Gxy) \supset Fy]$ nu sunt echivalente logic, deoarece are loc doar implicația logică

$\exists x \forall y\ [(Fx \ \& \ Gxy) \supset Fy] \supset \forall y \exists x\ [(Fx \ \& \ Gxy) \supset Fy]$,

nu şi reciproca acesteia.

Raționând asupra schemelor (i)-(viii) pe baza condițiilor semantice ale acestora, rezultă că au loc şi următoarele implicații logice:

(xiii) $\forall x \forall y Fxy \supset \exists x \forall y Fxy$	(xviii) $\forall y \forall x Fxy \supset \exists y \forall x Fxy$
(xiv) $\forall x \forall y Fxy \supset \forall x \exists y Fxy$	(xix) $\forall y \forall x Fxy \supset \forall y \exists x Fxy$
(xv) $\forall x \forall y Fxy \supset \exists x \exists y Fxy$	(xx) $\forall y \forall x Fxy \supset \exists y \exists x Fxy$
(xvi) $\exists x \forall y Fxy \supset \exists x \exists y Fxy$	(xxi) $\exists y \forall x Fxy \supset \exists y \exists x Fxy$
(xvii) $\forall x \exists y Fxy \supset \exists x \exists y Fxy$	(xxii) $\forall y \exists x Fxy \supset \exists y \exists x Fxy$

La aceleaşi rezultate se poate ajunge şi pe alte căi. Să exemplificăm pentru legea logică (xvi). Astfel, $\exists x \forall y Fxy$ implică logic $\forall y \exists x Fxy$ (conform

---

[14] Vezi exercițiul 14.

[15] vezi exercițiul 15.

legii logice (xi)), $\forall y \exists x Fxy$ implică logic $\exists x Fxa$ (specificarea universală), $\exists x Fxa$ implică logic $\exists y \exists x Fxy$ (generalizarea existențială), iar $\exists y \exists x Fxy$ este echivalentă logic cu $\exists x \exists y Fxy$ (conform legii logice (x)); prin urmare, $\exists x \forall y Fxy$ implică logic $\exists x \exists y Fxy$, ceea ce înseamnă că formula (xvi) este lege logică.

Implicațiile logice (xiii)-(xxii) se generalizează după cum urmează: *o formulă în care cuantorii sunt în prefix și prefixul conține cel puțin un cuantor universal implică logic orice formulă obținută din formula inițială prin înlocuirea a cel puțin unui cuantor universal cu cuantorul existențial corespunzător* ($\forall x$ cu $\exists x$, $\forall y$ cu $\exists y$ etc.) De pildă, formula $\exists x \forall y (Fxy \supset Gxy)$ implică logic formula $\exists x \exists y (Fxy \supset Gxy)$, astfel că

$$\exists x \forall y (Fxy \supset Gxy) \supset \exists x \exists y (Fxy \supset Gxy)$$

este lege logică.

În fine, este ușor de văzut că schemele $\forall x \forall y Fxy$ și $\forall x \forall y Fyx$ sunt echivalente logic și la fel sunt schemele $\exists x \exists y Fxy$ și $\exists x \exists y Fyx$ (exercițiu). Ca atare, următoarele formule sunt legi logice:

(xxiii) $\forall x \forall y Fxy \equiv \forall x \forall y Fyx$　　　　(xxiv) $\exists x \exists y Fxy \equiv \exists x \exists y Fyx$

În fiecare dintre aceste două legi logice, schemele echivalente logic au prefix omogen și nu diferă decât prin aceea că ordinea variabilelor individuale din domeniul prefixului este inversată. Dacă, însă, două scheme elementare cuantificate în care apar predicate diadice au prefix eterogen și nu diferă decât prin aceea că ordinea variabilelor individuale din domeniul prefixului este inversată, atunci schemele respective sunt independente logic[16]. În general, *prin inversarea ordinii variabilelor individuale din domeniul prefixului unei formule cu scheme de predicate diadice se obține o formulă echivalentă logic cu formula dată numai dacă prefixul respectiv este omogen*. De pildă, formulele $\exists x \exists y (Fxy \supset Gyx)$ și $\exists x \exists y (Fyx \supset Gxy)$ sunt echivalente logic, astfel că formula $\exists x \exists y (Fxy \supset Gyx) \equiv \exists x \exists y (Fyx \supset Gxy)$ este lege logică.

---

[16] Vezi exercițiul 14.

5.6. **Probleme ale formalizării limbii române în limbajul logicii predicatelor**

Formalizarea propoziţiilor din limbajul natural (în cazul nostru, din limba română) se bazează pe transcrierea celor patru forme standard de propoziţii categorice, pornind de la interpretarea booleană a acestora[17], după cum urmează:

Toţi *F* sunt *G*	*Nu există x, astfel încât x este* F şi x nu este G	$\sim\exists x\ (Fx \ \& \sim Gx)$ sau, *echivalent,* $\forall x\ (Fx \supset Gx)$
Nici un *F* nu este *G*	*Nu există x, astfel încât x este F şi x este G*	$\sim\exists x\ (Fx \ \& \ Gx)$ sau, echivalent, $\forall x\ (Fx \supset \sim Gx)$
Unii *F* sunt *G*	*Există cel puţin un x, astfel încât x este F şi x este G*	$\exists x\ (Fx \ \& \ Gx)$
Unii *F* nu sunt *G*	*Există cel puţin un x, astfel încât x este F şi x nu este G*	$\exists x\ (Fx \ \& \sim Gx)$

După cum se poate constata, ca şi în interpretarea booleană, şi în transcrierea de mai sus *propoziţiile universale sunt enunţuri de non-existenţă*, în timp ce *propoziţiile particulare sunt enunţuri de existenţă*. De notat că, spre deosebire de silogistică, în care propoziţiile singulare erau tratate ca universale, propoziţiile singulare au o formalizare proprie în logica predicatelor, după cum am văzut în secţiunea 5.3. Pe de altă parte, vom reţine şi aici distincţia dintre propoziţii exclusive şi propoziţii exceptive, introdusă în silogistică[17].

Reţinând formalizarea propoziţiilor universale cu ajutorul cuantorului universal, pe baza transcrierilor de mai sus, procedura obişnuită de „traducere" a propoziţiilor în limbajul logicii predicatelor se bazează pe următoarea regulă de formalizare: *cuantorul universal cere condiţionalul* ($\supset$), *iar cuantorul existenţial cere conjuncţia* (&).

Fie, de pildă, propoziţia

(i) *Orice contabil priceput este specialist apreciat.*

Ştim că în silogistică, propoziţia (i) este tratată ca o propoziţie categorică, în care termenul compus „contabil priceput" este subiect logic, iar termenul

---

[17] Vezi capitolul III.

compus „specialist apreciat” este predicat logic. În limbajul logicii predicatelor vom trata aceşti termeni compuşi drept conjuncții de însuşiri, ceea ce permite sesizarea structurilor „de adâncime” ale propozițiilor şi, mai departe, ale argumentelor. Astfel, pentru a formaliza propoziția (i), stabilim următoarele corespondențe:

Fx – x este contabil	*Hx – x este specialist*
Gx – x este priceput	*Ix – x este apreciat*

Trecerea de la propoziția din limba română la formula corespunzătoare ei în limbajul logicii predicatelor este înlesnită de redarea formei logice a propoziției respective, pornind de la corespondențele stabilite. Astfel, forma logică a propoziției (i) este

Pentru orice x, dacă Fx şi Gx, atunci Hx şi Ix,

iar formula corespunzătoare ei este

$\forall x\ [(Fx\ \&\ Gx) \supset (Hx\ \&\ Ix)]$

Fie propoziția

(ii) *Deputații şi senatorii primesc cel puțin o indemnizație.*

Stabilim următoarele corespondențe:

Fx – x este deputat	*Hxy – x primeşte y*
Gx – x este senator	*Iy – y este indemnizație*

Forma logică a propoziției (ii) este

Pentru orice x, dacă Fx sau Gx, atunci există cel puțin un y, astfel încât Ix şi Hxy,

iar formula corespunzătoare ei este

$\forall x\ [(Fx \vee Gx) \supset \exists y\ (Iy\ \&\ Hxy)]$.

Să notăm că în formalizarea propoziției (ii) am folosit disjuncția $Fx \vee Gx$, deşi în această propoziție avem expresia „deputații şi senatorii”. Dacă am fi folosit conjuncția $Fx\ \&\ Gx$, am fi obținut formula $\forall x\ [(Fx\ \&\ Gx) \supset \exists y\ (Iy\ \&\ Hxy)]$, din care, prin refacerea în sens invers a corespondențelor stabilite, rezultă că oricine este atât deputat, cât şi senator

(în acelaşi timp) primeşte o indemnizație, or nu acesta este înțelesul propoziției (ii). Tot aşa, stabilind corespondențele

Fx – x este portocală	*Ix – x este aromat*
Gx – x este mandarină	*Jx – x este gustos*
Hx – x este clementină	

propoziția „Portocalele, mandarinele şi clementinele sunt aromate şi gustoase” se formalizează prin $\forall x\ [(Fx \vee Gx \vee Hx) \supset (Ix\ \&\ Jx)]$. Dacă în loc de $Fx \vee Gx \vee Hx$ am fi pus $Fx\ \&\ Gx\ \&\ Hx$, ar fi însemnat că orice este deopotrivă portocală, mandarină şi clementină este aromat şi gustos, ceea ce este absurd.

Nu există indicii gramaticale pentru a decide când „şi” devine „sau”, fiind astfel traductibil prin „$\vee$” şi când nu. În această chestiune, decizia ține de sesizarea exactă a înțelesului propoziției de formalizat, iar corectitudinea deciziei luate poate fi controlată pe baza condiției de adecvare a formalizării[18].

Pronumele nehotărâte „cineva” şi „ceva” se formalizează, de regulă, folosind cuantorul existențial. De pildă, stabilind corespondențele

Fy – y este geam	*Gxy – x a spart y*,

propoziția „Cel puțin cineva a spart cel puțin un geam” se formalizează prin $\exists x \exists y\ (Fy\ \&\ Gxy)$. Există, însă, şi cazuri în care pronumele nehotărâte menționate se formalizează prin cuantorul universal. Astfel, fie propoziția

(iii) *Ceva bun este ilegal, imoral sau îngraşă*

şi corespondențele

Fx – x este bun	*Hx – x este imoral*
Gx – x este ilegal	*Ix – x este obiect care îngraşă*

Conform înțelesului său, forma logică a propoziției (iii) este

Pentru orice x, dacă Fx, atunci Gx sau Hx sau Ix,

iar formula corespunzătoare ei este

$\forall x\ [Fx \supset (Gx \vee Hx \vee Ix)]$

---

[18] Vezi capitolul II, secțiunea 2.4.

Fie propoziția

(iv) *Orice guvern adoptă hotărâri şi ordonanțe.*

Stabilind corespondențele

Fx – x este guvern	*Hy – y este hotărâre*
Gxy – x adoptă y	*Iy – y este ordonanță*,

Forma logică a propoziției (iv) este

Pentru orice x există cel puțin un y, astfel încât dacă Fx şi (Hy sau Iy), atunci Gxy,

iar formula corespunzătoare ei este

$\forall x \exists y \ \{[Fx \ \& \ (Hy \lor Iy)] \supset Gxy\}$.

Dacă aici am fi pus $\forall y$ în loc de $\exists y$, ar fi însemnat că orice guvern adoptă *toate* hotărârile şi ordonanțele din univers, or nu acesta este înțelesul propoziției (iv).

Să analizăm acum un exemplu de formalizare ceva mai complicat[19]. Fie propoziția

(v) *Unele studente poartă cel puțin un inel pe fiecare deget.*

Stabilim următoarele corespondențe:

Fx – x este studentă	*Iz – z este deget*
Gy – y este inel	*Jyz – y este pe z*
Hxy – x poartă y	*Kzx – z este al lui x*

Forma logică a propoziției (v) este următoarea:

Există cel puțin un x şi cel puțin un y, astfel încât Fx şi Gy şi Hxy şi pentru orice z, dacă Iz şi Kzx, atunci Jyx,

formula corespunzătoare ei fiind

$\exists x \exists y \ \{Fx \ \& \ Gy \ \& \ Hxy \ \& \ [\forall z \ (Iz \ \& \ Kzx) \supset Jyz]\}$.

---

[19] Exemplul care urmează este adaptat după Willard Van Orman Quine (1970).

De notat că dacă n-am fi introdus predicatul „*z* este al lui *x*”, simbolizat prin *Kzx*, ar fi însemnat că unele studente poartă cel puțin un inel pe fiecare deget din univers, or nu acesta este înțelesul propoziției (v). De notat şi că predicatul „*x* poartă *y*”, simbolizat prin *Hxy*, nu poate fi omis, întrucât se subînțelege că dacă un inel este pe degetul cuiva, atunci acea persoană poartă inelul respectiv, în timp ce reciproca nu este valabilă (dacă cineva poartă un inel, nu rezultă neapărat că inelul respectiv este pe un deget al acelei persoane). Pe de altă parte, este recomandabil ca orice predicat să fie formalizat[20].

Dăm în continuare încă patru exemple de propoziții, împreună cu formalizările acestora; corespondențele stabilite pentru fiecare propoziție reies din context:

Toți rezidenții şi numai aceştia au drept de vot	$\forall x\,(Fx \supset Gx)\ \&\ \forall x\,(Gx \supset Fx)$ sau $\forall x\,(Fx \equiv Gx)$
Oricine desenează triunghiuri desenează poligoane	$\forall x\,[\exists y\,(Fy\ \&\ Gxy) \supset \exists y\,(Hy\ \&\ Gxy)]$
Nu există frizer care să tundă pe toți cei care nu se tund singuri	$\sim\exists x\,[Fx\ \&\ \forall y\,(Gxy \supset \sim Gyy)]$
Orice persoană care respectă cel puțin o persoană se respectă pe sine	$\forall x\,\{[Fx\ \&\ \exists y\,(Fy\ \&\ Gxy)] \supset Gxx\}$

Am menționat mai sus că, în mod obişnuit, cuantorul universal cere condiționalul, iar cuantorul existențial cere conjuncția. Există, însă, şi excepții. Astfel, orice propoziție simplă[21] care se referă la absolut orice în univers se traduce printr-o schemă de propoziție elementară cuantificată universal. De pildă, teza centrală a fizicalismului, „Orice este fizical”, se traduce prin $\forall xFx$, unde *Fx* simbolizează predicatul „*x* este fizical”. De asemenea, orice propoziție care asertează pur şi simplu că ceva există se traduce printr-o schemă de propoziție elementară cuantificată existențial. De pildă, propoziția „Există miuoni” se traduce prin $\exists xMx$, unde *Mx*

---

[20] Această regulă de formalizare ne-a fost comunicată într-o discuție de logicianul şi filosoful Gheorghe Enescu (1932-1997).

[21] În sensul introdus în capitolul II, secțiunea 2.4.

simbolizează predicatul „x este miuon”. Astfel, propoziția „Dacă există miuoni şi orice este fizical, atunci miuonii sunt fizicali” se traduce prin $(\exists xMx \,\&\, \forall xFx) \supset \forall x\,(Mx \supset Fx)$.

O problemă interesantă de formalizare în limbajul logicii predicatelor este ridicată chiar de propoziția

(vi) *Ceva există*.

O posibilă formalizare a acestei propoziții, care cere constanta „=”, este $\exists x \exists y\ x = y$. Acum, deşi propoziția (vi) este adevărată, este îndoielnic că ea este o propoziție logic adevărată[22]. Cu toate acestea, formula $\exists x \exists y\ x = y$ este validă în logica predicatelor suplimentată cu constanta „=”. Discuția asupra acestei probleme depăşeşte cadrul propus pentru cursul de față.

Formalizarea propozițiilor din limbajul natural într-un limbaj logic este un prim şi foarte important pas în analiza logică.

5.7. **Aspecte ale problemei deciziei în logica predicatelor**

După cum am văzut, o formulă închisă a logicii predicatelor este **lege logică** dacă şi numai dacă formula respectivă ia valoarea *1* în orice univers de discurs, finit sau infinit, şi pentru orice interpretare a schemelor de predicate din alcătuirea sa. O formulă închisă a logicii predicatelor este **inconsistentă** dacă şi numai dacă formula respectivă ia valoarea *0* în orice univers de discurs, finit sau infinit, şi pentru orice interpretare a schemelor de predicate din alcătuirea sa. O formulă care nu se află în nici unul dintre aceste două cazuri (ia valoarea *1* pentru cel puțin o interpretare în cel puțin un univers de discurs şi ia valoarea *0* pentru cel puțin o interpretare în cel puțin un univers de discurs) este **contingentă**.

De asemenea, am văzut că o schemă de tipul $\forall xA$ este echivalentă cu o conjuncție de scheme de propoziții despre indivizi, precum şi că o schemă de tipul $\exists xA$ este echivalentă cu o disjuncție de scheme de propoziții despre indivizi. Ca atare, *în teorie*, metoda tabelelor de adevăr[23] ar putea fi folosită pentru a testa orice formulă închisă a logicii predicatelor într-un univers finit cu k indivizi ($k \geq 1$), înlocuind schemele de tipul $\forall xA$ cu conjuncții cu k

[22] Pentru distincția dintre propoziții logic adevărate sau logic false şi propoziții factual adevărate sau factual false vezi capitolul I, secțiunea 1.2.

[23] Vezi capitolul II.

membri şi schemele de tipul $\exists xA$ cu disjuncţii cu *k* membri. Practic, însă, această metodă este inaplicabilă. De pildă, ştim că formula $\exists x \forall y Fxy \supset \forall y \exists x Fxy$ este lege logică. Într-un univers de discurs alcătuit din doar trei indivizi – *a*, *b* şi *c* – această formulă devine

$$[(Faa \,\&\, Fab \,\&\, Fac) \vee (Fba \,\&\, Fbb \,\&\, Fbc) \vee (Fca \,\&\, Fcb \,\&\, Fcc)] \supset$$
$$\supset [(Faa \vee Fba \vee Fca) \,\&\, (Fab \vee Fbb \vee Fcb) \,\&\, (Fac \vee Fbc \vee Fcc)].$$

Întrucât în ultima formulă avem nouă scheme distincte de propoziţii elementare despre indivizi, tabelul său complet de adevăr ar trebui să aibă 512 rânduri ($2^9 = 512$). În general, într-un univers de discurs alcătuit din *k* indivizi, o formulă în care apar *n* variabile individuale distincte se „desface” într-o formulă cu k^n scheme distincte de propoziţii elementare despre indivizi, astfel că tabelul său complet de adevăr ar trebui să aibă $(2^k)^n$ rânduri. De pildă, pentru $k = 6$ şi $n = 2$ este necesar un tabel de adevăr cu 2^{36} rânduri (multe miliarde!).

Mai important este, însă, faptul că unele formule închise ale logicii predicatelor iau valoarea *1* într-un univers de discurs infinit, deşi iau valoarea *0* în orice univers de discurs finit. Să considerăm următoarea formulă:

$$\forall x \exists y Fyx \,\&\, \forall x {\sim} Fxx \,\&\, \forall x \forall x \forall z\, [(Fxy \,\&\, Fyx) \supset Fxz].$$

Această formulă ia valoarea *1* în orice univers de discurs infinit şi ia valoarea *0* în orice univers de discurs finit[24]. Fie, de pildă, universul de discurs al numerelor naturale (1, 2, 3, …). Interpretând pe *F* prin predicatul „… este mai mare decât …”, formula se transformă în următoarea conjuncţie adevărată:

$\forall x \exists y Fyx$	*Pentru orice x există cel puţin un y, astfel încât y este mai mare decât x*
$\& \; \forall x {\sim} Fxx$	*şi pentru orice x, x nu este mai mare decât x*
$\& \; \forall x \forall y \forall z\, [(Fxy \,\&\, Fyz) \supset Fxz]$	*şi pentru orice x, y, z, dacă x este mai mare decât y şi y este mai mare decât z, atunci x este mai mare decât z.*

[24] Vezi W. Ackermann (1954).

Considerată, însă, în orice submulţime finită a mulţimii numerelor naturale, formula ia valoarea *0*, deoarece într-o astfel de submulţime există cel puţin un număr faţă de care nici un alt număr nu este mai mare, astfel încât componenta $\forall x \exists y Fyx$ ia valoarea *0*. Prin urmare, nu putem presupune, nici măcar în teorie, că pentru orice formulă închisă a logicii predicatelor se poate decide dacă este sau nu lege logică prin referire exclusivă la universuri de discurs finite. Într-un univers de discurs infinit, orice formulă închisă a logicii predicatelor ar trebui să fie „desfăcută" într-o formulă cu o infinitate de scheme distincte de propoziţii elementare despre indivizi, ceea ce ar cere un „tabel de adevăr" cu o infinitate de rânduri. Ca atare, chiar şi în teorie, metoda tabelelor de adevăr nu poate fi folosită pentru a testa orice formulă a logicii predicatelor în orice univers de discurs.

S-a demonstrat că, spre deosebire de logica propoziţională, în logica predicatelor nu se poate da o *procedură generală de decizie*, adică o metodă prin care, *pentru orice tip de formulă*, să se poată stabili într-un număr finit de „paşi" dacă formula respectivă este lege logică, formulă inconsistentă sau formulă contingentă[25]. Au fost descoperite, însă, proceduri de decizie pentru anumite categorii de formule ale logicii predicatelor. De pildă, există o procedură de decizie pentru schemele de propoziţii cuantificate uniform[26]. Apoi, printr-o metodă pe care nu o vom descrie aici, orice formulă închisă a logicii predicatelor poate fi transformată într-o altă formulă, echivalentă logic cu formula dată, în care toţi cuantorii apar în prefix. Se spune că o formulă care are toţi cuantorii în prefix este *în formă normală prenexă*. Există o procedură de decizie pentru acele formule care, aduse la forma normală prenexă, au prefix omogen[27]. Există, de asemenea, o procedură de decizie pentru validitatea formulelor aduse la forma normală prenexă, al căror prefix nu conţine nici un cuantor existenţial la stânga vreunui cuantor universal şi o procedură de decizie pentru inconsistenţa formulelor aduse la forma normală prenexă, al căror prefix nu conţine nici un cuantor universal la stânga vreunui cuantor existenţial. În fine, s-au descoperit proceduri de decizie şi pentru alte

---

[25] Alonzo Church (1936).

[26] Willard Van Orman Quine (1970; prima ediţie 1950); David Hilbert şi W. Ackermann (1950).

[27] D. Hilbert şi W. Ackermann, *Op. cit.*

categorii de formule[28]. S-a demonstrat, însă, că nu se pot da proceduri de decizie pentru unele categorii de formule, de pildă pentru formulele în al căror prefix cel puțin trei cuantori existențiali preced un cuantor universal (pentru validitate) şi pentru formulele în al căror prefix cel puțin trei cuantori universali preced un cuantor existențial (pentru inconsistență)[29].

Procedurile de decizie menționate mai sus pot fi adaptate pentru evaluarea argumentelor „traductibile” în limbajul logicii predicatelor prin formule care au proprietățile respective. În cele ce urmează nu vom adopta această abordare, ci vom folosi metoda deducției naturale. Cum am văzut în prima parte a acestui curs, aplicarea acestei metode presupune abilitatea şi ingeniozitatea de a căuta implicații şi echivalențe logice care dovedesc că un anumit argument este valid. Dacă un argument este valid, atunci este posibilă o deducție care, după un număr finit de paşi, arată că forma concluziei acelui argument se poate obține din formele premiselor sale prin reguli de deducție, dar nu putem fi siguri că vom găsi acea deducție. Cu alte cuvinte, aplicând această metodă, nu putem ajunge la un punct în care să putem spune: nu am dovedit că argumentul verificat este valid, deci argumentul respectiv este nevalid. Dacă un argument este valid, atunci există o deducție cu un număr finit de paşi care îi dovedeşte validitatea, dar nu ştim care este acest număr, astfel încât, oricât de mult am avansa în deducție, s-ar putea să ne oprim înainte de a ajunge la forma concluziei argumentului respectiv.

5.8. **Metoda deducției naturale**

Pentru verificarea argumentelor formalizabile în limbajul logicii predicatelor prin metoda deducției naturale, la lista celor 15 reguli de deducție prezentată în capitolul II, secțiunea 2.8 din prima parte a acestui curs adăugăm cinci reguli noi. În primele patru reguli, Ax este o formulă în care variabila x este liberă, iar Aa este o formulă obținută din Ax prin înlocuirea fiecărei apariții a variabilei x cu constanta a.

16. **Regula specificării universale** (SU): de la o formă de propoziție $\forall xAx$ se poate trece la forma de propoziție Aa.

---

[28] Alonzo Church (1956); Chin-Liang Chang şi Richard Char-Tung Lee (1973).

[29] Alonzo Church, *Op. cit.*

17. **Regula generalizării existențiale** (GE): de la o formă de propoziție *Aa* se poate trece la forma de propoziție $\exists xAx$.

18. **Regula specificării existențiale*** (SE): de la o formă de propoziție $\exists xAx$ se poate trece la forma de propoziție *Aa*, cu condiția ca *a* să fie o constantă individuală care nu apare în formele premiselor, în forma concluziei şi nici într-o linie intermediară din deducție.

19. **Regula generalizării universale*** (GU): de la o formă de propoziție *Aa* se poate trece la forma de propoziție $\forall xAx$, cu condiția ca *a* să fie o constantă individuală care nu apare în formele premiselor şi nu a fost introdusă în deducție prin SE.

20. **Regula transformării cuantorilor** (TC): un tip de cuantor poate fi înlocuit cu celălalt tip de cuantor dacă şi numai dacă imediat înainte şi după noul cuantor semnul negației este eliminat, dacă apare inițial, şi este introdus, dacă nu apare inițial.

Pentru a ilustra verificarea argumentelor formalizabile în limbajul logicii predicatelor prin metoda deducției naturale, vom prezenta, pentru început, câteva exemple simple.

Primele patru reguli permit eliminarea (SU şi SE) sau adăugarea (GE şi GU) de cuantori. Dintre acestea, regulile 16 şi 17 (SU şi GE) sunt aplicabile necondiționat, deoarece corespund, respectiv, generalizărilor implicațiilor logice $\forall xFx \supset Fa$ şi $Fa \supset \exists xFx$. De pildă, fie următorul argument:

(i) *Toți cei politicoşi sau modeşti sunt calmi. Andrei este discret şi politicos.. Deci cel puțin cineva este discret şi calm.*

Stabilind lista de corespondențe *Px – x este politicos*, *Mx – x este modest*, *Cx – x este calm*, *Dx – x este discret*, *a – Andrei*, forma logică a acestui argument este redat de următoarele formule:

$\forall x\,[(Px \vee Mx) \supset Cx]$
$\underline{Da \,\&\, Pa}$
$\exists x\,(Dx \,\&\, Cx)$

Ca şi până acum[30], listăm formulele corespunzătoare premiselor pe verticală şi le numerotăm, scriind formula corespunzătoare concluziei la dreapta

[30] Vezi capitolul Ii, secțiunea 2.8 şi capitolul III, secțiunile 3.4 şi 3.5.

formulei corespunzătoare ultimei premise, despărțită de aceasta printr-o bară simplă. Următoarea serie de paşi arată că argumentul (i) este valid:

1.	$\forall x\,[(Px \vee Mx) \supset Cx]$	
2.	$Da \,\&\, Pa$	/ $\exists x\,(\mathrm{D}x \,\&\, Cx)$
3.	$[(Pa \vee Ma) \supset Ca]$	1, SU
4.	Pa	2, conj
5.	$Pa \vee Ma$	4, ext
6.	Ca	3,5, mp
7.	Da	2, conj
8.	$Da \,\&\, Ca$	7,6, ad
9.	$\exists x\,(\mathrm{D}x \,\&\, Cx)$	8, GE

Specificarea universală a fost aplicată la linia 1 pentru a elimina cuantorul din forma primei premise, iar generalizarea existențială a fost aplicată la linia 8 pentru a adăuga cuantorul existențial, cerut de forma concluziei.

De notat că înlocuirea variabilei *x* din forma primei premise cu constanta *a* nu a fost făcută întâmplător. În principiu, în aplicarea specificării universale este permisă folosirea oricărei constante individuale. În cazul deducției de mai sus, având în vedere forma celei de-a doua premise, *Da* & *Pa*, selectarea constantei *a* a permis obținerea liniei 8, *Da* & *Ca*, din care, prin generalizarea existențială, a putut fi obținută forma concluziei.

Regulile 18 şi 19, marcate cu asterisc, sunt aplicabile numai sub condițiile (restricțiile) menționate pentru fiecare regulă în parte. Să considerăm mai întâi o aplicare a specificării existențiale. Astfel, fie următorul silogism valid (**AII-3**):

(ii) *Toți indiscreții sunt vorbăreți. Unii indiscreți sunt plictisitori. Deci unii plictisitori sunt vorbăreți.*

Stabilind corespondențele de rigoare, forma logică a acestui argument în limbajul logicii predicatelor este redată de următoarele formule:

1.	$\forall x\,(Ix \supset Vx)$	
2.	$\exists x\,(Ix \,\&\, Px)$	/ $\exists x\,(Px \,\&\, Vx)$

Forma celei de-a doua premise enunță că există cel puțin ceva care este atât *I*, cât şi *P*. Specificarea existențială constă din a da acestui ceva un

„nume”, folosind o constantă individuală, de pildă „*a*”. Astfel, deducția continuă după cum urmează:

3. *Ia* & *Pa*	2, SE
4. $Ia \supset Va$	1, SU
5. *Ia*	3, conj
6. *Va*	4, 5, mp
7. *Pa*	3, conj
8. *Pa* & *Va*	7, 6, ad
9. $\exists x$ (*Px* & *Vx*)	8, GE

Restricțiile impuse specificării existențiale au în vedere faptul că această regulă este analoagă unui proces de numire *prin supoziție*. În manieră neformală, aplicarea acestei reguli la linia 2 poate fi expusă astfel: „Există cel puțin ceva care este atât *I*, cât şi *P*. *Să presupunem* că acel ceva are numele '*a*'„. Vom spune că o constantă individuală introdusă prin specificare existențială este un *nume existențial*. Una dintre restricțiile menționate arată că *un nume existențial nu trebuie să apară în forma concluziei*. Cu alte cuvinte, această restricție impune să nu încheiem o deducție cu o linie în care apare un nume existențial. Dacă, în exemplul de mai sus, am fi încheiat deducția la linia 8, atunci ar fi rezultat că acel ceva care este atât *I*, cât şi *P* are *realmente* numele „*a*”, ceea ce este o eroare, deoarece „*a*” este un nume introdus *prin supoziție*. Pentru ilustrare, să considerăm următoarea secvență deductivă greşită:

1. $\exists x$ *Fx*	/ *Fa*
2. *Fa*	1, SE (greşit)

Dacă punem în corespondență pe *Fx* cu *x este romancier* şi pe *a* cu *Octavian Goga*, atunci din premisa „Există cel puțin un romancier” conchidem (linia 2) că Octavian Goga este romancier, or acest argument este nevalid, având premisa adevărată şi concluzia falsă.

Apoi, să observăm că în deducția prin care am arătat că argumentul (ii) este valid, specificarea existențială a fost aplicată *înaintea* specificării universale. Cu alte cuvinte, mai întâi am introdus constanta *a* prin specificare existențială (linia 3), după care am utilizat aceeaşi constantă în specificarea universală (linia 4). Dacă ordinea de aplicare a celor două reguli ar fi fost

inversată, atunci ar fi rezultat că acel ceva care este, *prin supoziție*, atât *I*, cât şi *P* este realmente acelaşi obiect cu cel specificat universal, şi deci *necondiționat*, în linia $Ia \supset Va$, ceea ce este incorect. Această eroare este blocată de o altă restricție impusă specificării existențiale, conform căreia *un nume existențial nu trebuie să apară într-o linie intermediară din deducție*. Pentru ilustrare, fie următoarea secvență deductivă greşită:

1.	$\exists x\,(Fx \,\&\, Gx)$	
2.	$\exists x\,(Fx \,\&\, Hx)$ / $\exists x\,(Fx \,\&\, Gx \,\&\, Hx)$	
3.	$Fa \,\&\, Ga$	1, SE
4.	$Fa \,\&\, Ha$	2, SE (greşit)
5.	Fa	3, conj
6.	Ga	3, conj
7.	Ha	4, conj
8.	$Fa \,\&\, Ga$	5, 6, conj
9.	$Fa \,\&\, Ga \,\&\, Ha$	8, 7, conj
10.	$\exists x\,(Fx \,\&\, Gx \,\&\, Hx)$	9, GE

Stabilind corespondențele *Fx – x este mamifer*, *Gx – x este elefant* şi *Hx – x este acvatic*, obținem următorul argument nevalid: „Unele mamifere sunt elefanți. Unele mamifere sunt acvatice. Deci unele mamifere sunt elefanți acvatici”. Greşeala a apărut în linia 4, în care numele existențial *a*, apărut deja în linia 3, a fost din nou utilizat pentru specificare existențială.

Specificarea existențială este supusă şi restricției conform căreia *un nume existențial nu trebuie să apară în formele premiselor*. Pentru a ilustra eroarea comisă prin încălcarea acestei restricții, să considerăm următoarea secvență deductivă greşită:

1.	$\exists x Fx$	
2.	$\sim Fa$	/ $\exists x\,(Fx \,\&\, \sim Fx)$
3.	Fa	1, SE (greşit)
4.	$Fa \,\&\, \sim Fa$	3, 2, ad
5.	$\exists x\,(Fx \,\&\, \sim Fx)$	4, GE

Punând în corespondență pe *Fx* cu *x este viu* şi pe *a* cu Liviu Rebreanu, obținem următorul argument nevalid: „Cel puțin cineva este viu. Liviu Rebreanu nu este viu. Deci cel puțin cineva este viu şi nu este viu”. Greşeala

a apărut în linia 3, în care numele existențial *a*, apărut în forma celei de-a doua premise, a fost utilizat în linia 3 pentru specificare existențială.

În unele cazuri, putem conchide valid de la ceea ce este adevărat despre un anumit individ la ceea ce este adevărat despre toți indivizii din universul de discurs considerat, folosind regula generalizării universale. Fie, de pildă, următorul argument:

(iii) *Toți cei discreți sunt sensibili. Toți cei politicoşi sunt discreți. Deci toți cei politicoşi sunt sensibili.*

Stabilind corespondențele de rigoare, următoarea secvență deductivă arată că acest argument este valid:

1.	$\forall x\,(Dx \supset Sx)$	
2.	$\forall x\,(Px \supset Dx)$	/ $\forall x\,(Px \supset Sx)$
3.	$Pa \supset Da$	2, SU
4.	$Da \supset Sa$	1, SU
5.	$Pa \supset Sa$	3,4, tr
6.	$\forall x\,(Px \supset Sx)$	5, GU

Trecerea de la linia 5 la linia 6 prin generalizare universală se justifică prin aceea că ambele premise sunt propoziții universale. Forma primei premise enunță că tot ce este *D* este *S*, iar forma celei de-a doua premise enunță că tot ce este *P* este *D*. De aici putem conchide valid că tot ce este *P* este *S*. Cu alte cuvinte, linia 6 poate fi obținută din linia 5, întrucât, în contextul argumentului, ceea ce este adevărat despre individul *a* este adevărat despre toți indivizii din universul de discurs considerat. Putem aplica specificarea universală la liniile 1 şi 2 nu numai în raport cu individul *a*, ci şi în raport cu *b*, *c*, *d* ..., unde aceştia sunt indivizi din domeniul de discurs considerat.

Ca şi specificarea existențială, regula generalizării universale nu este valabilă necondiționat. Vom spune că o constantă individuală folosită pentru generalizare universală este un *nume universal*. Conform primei restricții impuse acestei reguli, *un nume universal nu trebuie să apară în formele premiselor*. Încălcarea acestei restricții este ilustrată de următoarea secvență deductivă greşită:

1.	Fa	
2.	$\forall xFx$	1, GU (greşit)

Dacă punem în corespondenţă pe *Fx* cu *x este geniu* şi pe *a* cu *Albert Einstein*, atunci din premisa „Albert Einstein este geniu” conchidem că oricine este geniu. Evident, acest argument este nevalid.

Conform celei de-a doua restricţii impuse generalizării universale, *un nume universal nu poate fi introdus în deducţie prin specificare existenţială*. Pentru a ilustra eroarea comisă prin încălcarea acestei restricţii, să considerăm următoarea secvenţă deductivă greşită:

1.	$\exists xFx$	
2.	Fa	1, SE
3.	$\forall xFx$	2, GU (greşit)

Punând în corespondenţă pe *Fx* cu *x este fizical*, obţinem următorul argument nevalid: „Cel puţin ceva este fizical. Deci orice este fizical”. Întrucât premisa este o propoziţie despre *unii* indivizi, trecerea de la linia 1 la linia 2 este valabilă doar despre unii indivizi. Astfel, trecerea de la linia 2 la linia 3 este incorectă, întrucât ceea ce este valabil despre unii nu este în mod necesar valabil despre toţi.

Este important de reţinut că, întrucât corespund unor implicaţii logice, regulile 16-19 se aplică numai la *linii întregi* în deducţie. De pildă, ar fi greşit să aplicăm regula specificării universale pentru a obţine $Fa \supset Ga$ din $\forall xFx \supset \forall xGx$ sau din $\sim\forall x\,(Fx \supset Gx)$.

După cum am văzut în secţiunea 5.4, regula transformării cuantorilor corespunde echivalenţelor logice (xx)-(xxiii). Această regulă permite eliminarea sau introducerea negaţiei care precede cuantorii. Următorul exemplu de deducţie naturală ilustrează aplicarea regulii în discuţie:

1.	$\forall x\,(Fx \,\&\, \sim Gx) \supset \exists xHx$	
2.	$\sim\exists x\,(Hx \vee Gx)\ /\ \sim\forall xFx$	
3.	$\forall x \sim(Hx \vee Gx)$	2, TC
4.	$\sim(Ha \vee Ga)$	3, SU
5.	$\sim Ha \,\&\, \sim Ga$	4, DM
6.	$\sim Ha$	5, conj
7.	$\forall x\sim Hx$	6, GU
8.	$\sim\exists xHx$	7, TC
9.	$\sim\forall x\,(Fx \,\&\, \sim Gx)$	1, 8, mt
10.	$\exists x \sim(Fx \,\&\, \sim Gx)$	9, TC
11.	$\sim(Fb \,\&\, \sim Gb)$	10, SE
12.	$\sim Fb \vee Gb$	11, DM, dn
13.	$\sim Ga$	5, conj
14.	$\forall x\sim Gx$	13, GU

15. $\sim Gb$ 14, SU
16. $\sim Fb$ 12, 15, disj
17. $\exists x \sim Fx$ 16, GE
18. $\sim \forall x Fx$ 17, TC

În această deducție, regula transformării cuantorilor a fost aplicată la liniile 2 şi 9 pentru a elimina negațiile de pe cuantori, la linia 7 pentru a obține negația consecventului formulei din linia 1 şi la linia 17 pentru a obține forma concluziei. De notat că linia 11 a fost specificată existențial folosindu-se constanta *b*; dacă am fi folosit pentru specificare constanta *a*, am fi încălcat restricția conform căreia un nume existențial nu trebuie să apară într-o linie intermediară din deducție. Să mai notăm că, spre deosebire de regulile 16-19, regula transformării cuantorilor poate fi aplicată atât unei linii întregi, cât şi unei (sub)formule care apare ca parte a unei linii. De pildă, putem obține în mod corect formula $\forall x \sim Fx \supset \forall x Gx$ din formula $\sim \exists x Fx \supset \forall x Gx$, prin aplicarea regulii TC la (sub)formula $\sim \exists x Fx$.

Ca şi în logica propozițională, în logica predicatelor poate fi aplicată deducția condiționată şi deducția indirectă. Aplicarea acestor variante de deducție naturală în logica predicatelor se face esențialmente la fel ca în logica propozițională[31]. Următorul exemplu ilustrează aplicarea deducției condiționate:

1. $\forall x\,[Fx \supset (Gx\ \&\ Hx)]\ /\ \forall x\,(Ix \supset Fx) \supset \forall x\,(Ix \supset Hx)$

│	2. $\forall x\,(Ix \supset Fx)$		sdc
│	│	3. Ia	sdc
│	│	4. $Ia \supset Fa$	2, SU
│	│	5. Fa	3, 4, mp
│	│	6. $Fa \supset (Ga\ \&\ Ha)$	1, SU
│	│	7. $Ga\ \&\ Ha$	5, 6, mp
│	│	8. Ha	7, conj
│	9. $Ia \supset Ha$		3-8, td
│	10. $\forall x\,(Ix \supset Hx)$		9, GU

11. $\forall x\,(Ix \supset Fx) \supset \forall x\,(Ix \supset Hx)$ 2, 10, td

În cazul deducției condiționate, regula generalizării universale este supusă unei restricții suplimentare, conform căreia *generalizarea universală nu trebuie să fie utilizată într-o secvență de deducție condiționată, dacă*

[31] Vezi capitolul II, subsecțiunile 2.8.3 şi 2.8.4.

numele universal respectiv apare în prima linie a acelei secvențe. În deducția de mai sus nu se încalcă această restricție, deoarece GU este utilizată în secvența 2-10, dar numele universal *a* nu apare în prima linie a acestei secvențe. Pentru a ilustra eroarea comisă prin încălcarea acestei restricții, să considerăm următoarea deducție greşită:

1. $\forall xFx \supset \forall xGx$ / $\forall x (Fx \supset Gx)$	
	2. Fa	sdc
	3. $\forall xFx$	2, GU (greşit)
	4. $\forall xGx$	1, 3, mp
	5. Ga	4, SU
6. $Fa \supset Ga$	2-3, td
7. $\forall x (Fx \supset Gx)$	6, GU

Dacă punem în corespondență pe *Fx* cu *x este câine* şi pe *Gx* cu *x este pisică*, atunci obținem argumentul „Dacă orice (în univers) este câine, atunci orice (în univers) este pisică. Deci toți câinii sunt pisici”. Acest argument este nevalid, deoarece premisa este adevărată, fiind un condițional cu antecedent fals, iar concluzia este falsă.

Următorul exemplu ilustrează aplicarea deducției indirecte:

1. $\exists xFx \vee \exists xGx$	
2. $\forall x (Fx \supset Gx)$ / $\exists xGx$	
	3. $\sim\exists xGx$	sdi
	4. $\exists xFx$	1, 3, disj
	5. Fa	4, SE
	6. $Fa \supset Ga$	2, SU
	7. Ga	5, 6, mp
	8. $\forall x\sim Gx$	3, TC
	9. $\sim Ga$	8, SU
	10. $Ga \,\&\, \sim Ga$	7, 9, ad
11. $\exists xGx$	3-10, rc, dn

Şi în cazul deducției indirecte, regula generalizării universale este supusă restricției suplimentare, conform căreia *generalizarea universală nu trebuie să fie utilizată într-o secvență de deducție indirectă, dacă numele*

universal respectiv apare în prima linie a acelei secvențe. Pentru ilustrare, să considerăm următoarea deducție, în care această restricție este încălcată:

1. $\forall xFx \vee \exists xGx$	
2. $\forall x{\sim}Fx$ / $\forall xGx$	
| 3. ${\sim}Ga$	sdi
| 4. $\forall x{\sim}Gx$	3, GU (greşit)
| 5. ${\sim}\exists xGx$	4, TC
| 6. $\forall xFx$	1, 5, disj
| 7. Fa	6, SU
| 8. ${\sim}Fa$	2, SU
| 9. $Fa \,\&\, {\sim}Fa$	7, 8, ad
10. Ga	3-9, rc, dn
11. $\forall xGx$	10, GU

Punând în corespondență pe *Fx* cu *x este inorog* şi pe *Gx* cu *x este mamifer*, obținem argumentul nevalid „Orice este inorog şi există mamifere. Orice nu este inorog. Deci orice este mamifer”.

Ca şi în logica propozițională, în logica predicatelor o secvență de deducție indirectă şi o secvență de deducție condiționată se pot include una pe alta.

Metoda deducției naturale se poate aplica şi la argumente a căror formalizare în limbajul logicii predicatelor cere utilizarea formulelor închise cu scheme de predicat diadice. Regulile 16-20 sunt utilizate esențialmente în acelaşi fel ca şi până acum. Iată două exemple:

$\exists x\exists yFxy$ / $\exists y\exists xFxy$		1. $\forall x\forall yFxy$ / $\forall y\forall xFxy$	
$\exists yFay$	1, SE	2. $\forall yFay$	1, SU
Fab	2, SE	3. Fab	2, SU
$\exists xFxb$	3, GE	4. $\forall xFxb$	3, GU
$\exists y\exists xFxy$	4, GE	5. $\forall y\forall xFxy$	4, GU

Tot aşa se poate arăta că din $\exists y\exists xFxy$ se poate deduce $\exists x\exists yFxy$ şi că din $\forall y\forall xFxy$ se poate deduce $\forall x\forall yFxy$ (exercițiu). Aceste deducții dovedesc ceea ce am arătat în secțiunea 5.5, şi anume că *un prefix omogen este comutativ*, în sensul că ordinea cuantorilor într-un astfel de prefix este indiferentă. Tot în secțiunea 5.5 am arătat că *un prefix eterogen nu este comutativ*, în sensul că ordinea cuantorilor într-un astfel de prefix nu este

indiferentă. Am văzut, de pildă, că formula $\exists y \forall x Fxy$ implică logic formula $\forall x \exists y Fxy$, reciproca neavând loc. Următoarea serie de paşi arată că formula $\forall x \exists y Fxy$ se poate deduce din formula $\exists y \forall x Fxy$:

1. $\exists y \forall x Fxy$ / $\forall x \exists y Fxy$
2. $\forall x Fxb$ 1, SE
3. Fab 2, SU
4. $\exists y Fay$ 3, GE
5. $\forall x \exists y Fxy$ 4, GU

Pentru a bloca deducerea formulei $\exists y \forall x Fxy$ din formula $\forall x \exists y Fxy$, precum şi celelalte deducţii ilicite de acest fel, este necesară o restricţie suplimentară impusă generalizării universale, conform căreia *generalizarea universală nu se poate aplica la o formă de propoziţie Aa, dacă Aa conţine un nume existenţial(diferit de a*[32]*)*. Pentru a ilustra aplicarea acestei restricţii, să considerăm următoarea deducţie greşită:

1. $\forall x \exists y Fxy$
2. $\exists y Fay$ 1, SU
3. Fab 2, SE
4. $\forall x Fxb$ 3, GU (greşit)
5. $\exists y \forall x Fxy$ 4, GE

Trecerea de la *Fab* la $\forall x Fxb$ în linia 4 este greşită, deoarece Fab conţine numele existenţial „*b*”. Pentru a explica în manieră neformală aplicarea restricţiei menţionate la ultima deducţie, să considerăm universul de discurs al indivizilor umani şi să interpretăm pe *Fxy* prin predicatul „*x* iubeşte pe *y*”. Astfel, linia 1 asertează că orice individ iubeşte *pe cel puţin un individ*. În linia 2 selectăm la întâmplare individul *a*, care iubeşte pe cel puţin un individ, iar în linia 3 presupunem că individul iubit de *a* are numele „*b*”. Apoi, în linia 4 tragem concluzia că oricine iubeşte pe *b*, ceea ce este greşit, deoarece premisa nu ne îndreptăţeşte să spunem că orice individ iubeşte *anume* pe *b*: premisa este adevărată, şi în cazul în care individul iubit de orice individ este altul decât *b*.

---

[32] Precizarea dintre paranteze atrage atenţia asupra faptului că, dacă *a* este o constantă individuală introdusă în deducţie prin specificare existenţială, aplicarea generalizării universale la *Aa* a fost deja blocată prin restricţia conform căreia *un nume universal nu poate fi introdus în deducţie prin specificare existenţială*.

Ultimele deducții de mai sus ilustrează și faptul că metoda deducției naturale poate fi folosită pentru a verifica dacă o formulă de forma $A \supset B$ sau $A \equiv B$ este sau nu lege logică. Astfel, dacă o formulă *B* se poate deduce în mod valid din formula *A*, atunci este imposibil ca formula *A* să ia valoarea *1* și formula *B* să ia valoarea *0*, deci, conform definiției condiționalului, formula $A \supset B$ este o lege logică (implicație logică). Reciproc, dacă formula $A \supset B$ este o lege logică, atunci este imposibil ca formula *A* să ia valoarea *1* și formula *B* să ia valoarea *0*, deci *B* este deductibilă în mod valid din *A*. Prin urmare, *formula* $A \supset B$ *este o lege logică (implicație logică) dacă și numai dacă formula B se poate deduce în mod valid din formula A*. Asemănător, se poate arăta că *formula* $A \equiv B$ *este o lege logică (echivalență logică) dacă și numai dacă formula B se poate deduce în mod valid din formula A și formula A se poate deduce în mod valid din formula B* (exercițiu). De pildă, următoarele două deducții arată că formula $\forall x\,(Fx \,\&\, Gx) \equiv \forall xFx \,\&\, \forall xGx$ este o lege logică:

1. $\forall x\,(Fx \,\&\, Gx) \,/\, \forall xFx \,\&\, \forall xGx$		1. $\forall xFx \,\&\, \forall xGx \,/\, \forall x\,(Fx \,\&\, Gx)$	
2. $Fa \,\&\, Ga$	1, SU	2. $\forall xFx$	1, conj
3. Fa	2, conj	3. Fa	2, SU
4. $\forall xFx$	3, GU	4. $\forall xGx$	1, conj
5. Ga	2, conj	5. Ga	4, SU
6. $\forall xGx$	5, GU	6. $Fa \,\&\, Ga$	3, 5, ad
7. $\forall xFx \,\&\, \forall xGx$	4, 6, ad	7. $\forall x\,(Fx \,\&\, Gx)$	6, GU

Conform legii logice $\forall x\,(Fx \,\&\, Gx) \equiv \forall xFx \,\&\, \forall xGx$, cuantorul universal este distributiv și poate fi scos ca „simbol comun" față de conjuncție. Tot așa, cuantorul existențial este distributiv și poate fi scos ca „simbol comun" față de disjuncție. Cuantorul existențial este doar distributiv față de conjuncție, iar cuantorul universal are doar proprietatea inversă distributivității (scoaterea ca „simbol comun") față de disjuncție[33].

Deducțiile prin care am stabilit validitatea argumentelor (ii) și (iii) de mai sus ilustrează aplicarea metodei deducției naturale la verificarea validității silogismelor transcrise în limbajul logicii predicatelor. După cum am văzut în secțiunea 5.6, ca și în interpretarea booleană, și în transcrierea propozițiilor categorice în limbajul logicii predicatelor *propozițiile universale*

[33] Vezi exercițiul

sunt enunțuri de non-existență, în timp ce *propozițiile particulare sunt enunțuri de existență*. Din acest motiv, aplicarea metodei deducției naturale la verificarea silogismelor cu premise universale și concluzie particulară transcrise în limbajul logicii predicatelor cere introducerea unor supoziții de existență[34]. Fie, de pildă, următorul silogism valid (**AAI-4**):

(iv) *Toate balenele sunt mamifere. Toate mamiferele sunt vertebrate. Deci unele vertebrate sunt balene*.

Pentru a aplica metoda deducției naturale la verificarea acestui silogism este necesară adăugarea supoziției „Există balene”. Deducția corespunzătoare decurge după cum urmează:

1.	$\forall x\,(Bx \supset Mx)$	
2.	$\forall x\,(Mx \supset Vx)$	
3.	$\exists x Bx$	/ $\exists x\,(Vx\ \&\ Bx)$
4.	Ba	3, SE
5.	$Ba \supset Ma$	1, SU
6.	Ma	4, 5, mp
7.	$Ma \supset Va$	2, SU
8.	Va	6, 7, mp
9.	$Va\ \&\ Ba$	8, 4, ad
10.	$\exists x\,(Vx\ \&\ Bx)$	9, GE

De notat că, în această deducție, specificarea existențială a fost aplicată înaintea specificării universale. Dacă ordinea de aplicare a acestor două reguli ar fi fost inversată, atunci s-ar fi încălcat regula conform căreia *un nume existențial nu trebuie să apară într-o linie intermediară din deducție*.

5.9. **Teoria relațiilor și logica predicatelor**

În prima secțiune a acestui capitol am arătat că orice predicat poliadic introduce în discurs o relație între doi sau mai mulți indivizi. În general, o **relație** este o caracterizare a unui obiect, în sensul cel mai larg al acestui cuvânt, în raport cu cel puțin un obiect. De pildă, spunând „Dan este fiul lui Mihai”, îl caracterizăm pe Dan în raport cu Mihai prin intermediul relației *este fiul lui*; spunând „Parva este între Salva și Romula”, caracterizăm

[34] Revedeți capitolul 3, subsecțiunea 3.5.4.

localitatea Parva în raport cu localitățile Salva şi Romula prin relația … *este între … şi* ….

În această secțiune vom expune principalele noțiuni ale teoriei relațiilor şi vom folosi limbajul logicii predicatelor pentru a exprima aceste noțiuni.

Relațiile care pot caracteriza un obiect în raport cu un singur obiect se numesc „relații diadice”, cele care pot caracteriza un obiect în raport cu două alte obiecte se numesc „relații triadice” etc. Astfel, relația *este fiul lui* este diadică, iar relația … *este între* … *şi* … este triadică. Studiul relațiilor diadice este fundamental pentru studiul relațiilor în general. În continuare, „*R*” desemnează o relație diadică oarecare, „*M*” desemnează o mulțime oarecare de obiecte despre care are sens să spunem că se află sau nu în relația *R*, iar „*aRb*” este o prescurtare pentru „obiectul *a* indică prin relația *R* pe *b*”. În expresia „*aRb*”, *a* şi *b* se numesc „termenii relației”. Ca şi până acum, „ddacă” este o prescurtare pentru „dacă şi numai dacă”.

Proprietăți de bază ale relațiilor diadice:

1. *Reflexivitatea*. *R* este reflexivă în *M* ddacă pentru orice obiect *a* din *M*, *aRa* (orice obiect din *M* se indică prin relația *R* pe sine). În mulțimea numerelor, relația *este egal cu* este reflexivă. În mulțimea localităților din România, relația *este în acelaşi județ cu* este reflexivă: orice localitate este în acelaşi județ cu sine.

2. *Simetria*. *R* este simetrică în *M* ddacă oricare ar fi obiectele *a* şi *b* din *M*, dacă *aRb*, atunci *bRa*. Într-o relație simetrică, ordinea termenilor săi este reversibilă. În mulțimea persoanelor de sex masculin, relația *este frate cu* este simetrică: dacă *a* este frate cu *b*, atunci *b* este frate cu *a*.

3. *Tranzitivitatea*. *R* este tranzitivă în *M* ddacă oricare ar fi obiectele *a*, *b* şi *c* din *M*, dacă *aRb* şi *bRc*, atunci *aRc*. Orice relație tranzitivă are loc printr-un „termen mediu”, notat aici cu „*b*”. În mulțimea oamenilor, relația *este strămoş al lui* este tranzitivă: dacă *a* este strămoş al lui *b* şi *b* este strămoş al lui *c*, atunci *ai este strămoş al lui* c.

4. *Ireflexivitatea*. *R* este ireflexivă în *M* ddacă nici un obiect din *M* nu se indică prin relația *M* pe sine. Relația *este mama lui* este ireflexivă: nimeni nu este propria sa mamă.

5. *Asimetria*. *R* este asimetrică în *M* ddacă oricare ar fi obiectele *a* şi *b* din *M*, dacă *a* indică prin relația *R* pe *b*, atunci *b* nu indică prin relația *R* pe *a*. O relație asimetrică este „orientată”: ordinea termenilor săi nu este

ireversibilă. Relația *este mai tânăr ca* este asimetrică: dacă *a* este mai tânăr ca *b*, atunci *b* nu este mai tânăr ca *a*.

6. *Intranzitivitatea*. *R* este intranzitivă în *M* ddacă oricare ar fi obiectele *a*, *b* şi *c* din *M*, dacă *a* indică prin relația *R* pe *b* şi *b* indică prin relația *R* pe *c*, atunci *a* nu indică prin relația *R* pe *c*. Într-un arbore genealogic, relația *este descendent direct din* este intranzitivă: dacă *a* este descendent direct din *b* şi *b* este descendent direct din *c*, atunci *a* nu este descendent direct din *c*.

7. *Nereflexivitatea*. *R* este nereflexivă în *M* ddacă *R* nu este reflexivă, fără a fi ireflexivă sau, altfel spus, ddacă nu orice obiect din *M* se indică prin relația *R* pe sine, dar există cel puțin un obiect din *M* care se indică prin relația *R* pe sine. Relația *respectă pe* este nereflexivă: nu orice persoană se respectă pe sine, dar există persoane care se respectă pe sine.

8. *Nesimetria*. *R* este nesimetrică în *M* ddacă *R* nu este simetrică, fără a fi asimetrică. Relația *iubeşte pe* este nesimetrică: dacă *a* iubeşte pe *b*, atunci se poate ca *b* să iubească pe *a* sau se poate ca *b* să nu iubească pe *a.*

9. *Netranzitivitatea*. *R* este netranzitivă în *M* ddacă *R* nu este tranzitivă, fără a fi intranzitivă. Relația *este prieten cu* este netranzitivă: dacă *a* este prieten cu *b* şi *b* este prieten cu *c*, atunci se poate ca *a* să fie prieten cu *c* sau se poate ca *a* să nu fie prieten cu c.

Diferite relații pot fi caracterizate în funcție de aceste proprietăți. Astfel, relația *este căsătorit cu* este ireflexivă, simetrică şi intranzitivă, iar relația *dă în judecată pe* este ireflexivă, nesimetrică şi netranzitivă.

Alte proprietăți ale relațiilor:

10. *Antisimetria. R* este antisimetrică în *M* ddacă oricare ar fi obiectele *a* şi *b* din *M*, dacă aRb şi *bRa*, atunci *a* este identic (acelaşi) cu *b*. În armată, relația *este îndreptățit să comande lui* este antisimetrică: dacă *a* este îndreptățit să comande lui *b* şi *b* este îndreptățit să comande lui *a*, atunci *a* este aceeaşi persoană cu *b*.

11. *Conexitatea*. *R* este conexă în *M* ddacă oricare ar fi obiectele diferite *a* şi *b* din *M*, *aRb* sau *bRa*. O relație conexă într-o mulțime pune în legătură („conectează”) oricare două obiecte distincte din mulțimea respectivă. Relația *are cel puțin acelaşi salariu cu* este conexă în orice mulțime de salariați, iar relația *are un salariu mai mare decât al lui* este conexă doar într-o mulțime de salariați care au salarii diferite. Despre o relație conexă într-o mulțime se spune că este *dihotomică* în mulțimea respectivă. Acum, considerând relația *are un salariu mai mare decât al lui* în orice

mulțime de salariați, oricare ar fi salariații *a* şi *b* din mulțimea respectivă, *a* are un salariu mai mare ca *b* sau *b* are un salariu mai mare ca *a* sau *a* şi *b* au salarii egale. Se spune că această relație este *trihotomică* în orice mulțime de salariați. Tot aşa, relația *este la nord de* este trihotomică în orice mulțime de localități, căci oricare ar fi localitățile *a* şi *b* din mulțimea respectivă, *a* este la nord de *b* sau *b* este la nord de *a* sau *a* şi *b* se află la aceeaşi longitudine nordică.

Relațiile diadice pot fi clasificate în funcție de proprietățile acestora. Principalele clase de relații sunt relațiile de echivalență, relațiile de ordine şi relațiile de succesiune. Astfel, se spune că *R* este o *relație de echivalență în M*, dacă *R* este reflexivă, simetrică şi tranzitivă în *M*. În mulțimea localităților din România, relația *este în acelaşi județ cu* este o relație de echivalență. Dacă *R* este o relație de echivalență în *M*, atunci despre oricare două obiecte din *M* se spune că sunt echivalente după relația *R* sau, în termeni tehnici, *echivalente modulo R*. De pildă, localitățile Cluj şi Turda sunt echivalente după relația *este în acelaşi județ cu*.

Se disting mai multe tipuri de relații de ordine. Astfel, se spune că *R* este o *relație de ordine slabă* în *M*, dacă *R* este reflexivă, tranzitivă şi antisimetrică în *M*. În armată, relația *este îndreptățit să comande lui* este de ordine slabă, căci este reflexivă (oricine este îndreptățit să-şi comande sieşi), tranzitivă şi, după cum am văzut, antisimetrică. Se spune că *R* este o *relație de ordine tare* în *M*, dacă *R* este ireflexivă, asimetrică şi tranzitivă în *M*. Într-un arbore genealogic, relația *este descendent din* este de ordine tare. Mai departe, se spune că *R* este o *relație de ordine totală* în *M*, dacă *R* este o relație de ordine slabă în *M* şi este conexă în *M* sau dacă *R* este o relație de ordine tare în *M* şi este trihotomică în *M*. Relația *are cel puțin acelaşi salariu cu* este de ordine totală într-o mulțime de salariați care au salarii diferite, fiind conexă şi de ordine slabă într-o astfel de mulțime, iar relația *are un salariu mai mare decât al lui* este de ordine totală în orice mulțime de salariați, fiind trihotomică şi de ordine tare. În fine, se spune că *R* este o *relație de ordine parțială* în *M*, dacă *R* este o relație de ordine slabă în *M* şi nu este conexă în *M* sau dacă *R* este o relație de ordine tare în *M* şi nu este trihotomică în *M*. În armată, relația de ordine slabă *este îndreptățit să comande lui* este de ordine parțială, căci nu este conexă (nu pentru oricare doi militari – *a* şi *b* – ai aceleiaşi armate, *a* este îndreptățit să comande lui *b* sau *b* este îndreptățit să comande lui *a*). Într-un arbore genealogic, relația de ordine tare *este descendent din* este de ordine parțială, căci nu este trihotomică (nu pentru

oricare două persoane *a* şi *b* din acelaşi arbore genealogic, *a* este descendent din *b* sau *b* este descendent din *a* sau *a* şi *b* au descendenţi comuni).

Se spune că *R* este o *relaţie de succesiune* în *M*, dacă *R* este ireflexivă, asimetrică şi intranzitivă în *M*. Relaţiile *este mama lui* şi *descinde direct din* sunt relaţii de succesiune. În armată, *este superiorul direct al lui* este o relaţie de succesiune.

Folosind scheme de predicate diadice, proprietăţile relaţiilor pot fi exprimate riguros în limbajul logicii predicatelor, după cum urmează:

1.	$\forall x Fxx$	*reflexivitatea*
2.	$\forall x \forall y\, (Fxy \supset Fyx)$	*simetria*
3.	$\forall x \forall y \forall z\, [(Fxy\ \&\ Fyz) \supset Fxz]$	*tranzitivitatea*
4.	$\forall x {\sim} Fxx$ sau ${\sim}\exists x Fxxi$	*reflexivitatea*
5.	$\forall x \forall y\, (Fxy \supset {\sim} Fyx)$	*asimetria*
6.	$\forall x \forall y \forall z\, [(Fxy\ \&\ Fyz) \supset {\sim} Fxz]$	*intranzitivitatea*
7.	${\sim}\forall x Fxx$ sau $\exists x {\sim} Fxx$	*nereflexivitatea*
8.	$\exists x \exists y\, {\sim}(Fxy \supset Fyx)$	*nesimetria*
9.	$\exists x \exists y \exists z\, {\sim}[(Fxy\ \&\ Fyz) \supset Fxz]$	*netranzitivitatea*
10.	$\forall x \forall y\, [(Fxy\ \&\ Fyx) \supset x = y]$	*antisimetria*
11.	$\forall x \forall y\, [x \neq y \supset (Fxy \vee Fyx)]$	*conexitatea*

EXERCIŢII ŞI PROBLEME

1. Identificaţi predicatele (în sensul definiţiei din secţiunea 5.1) din propoziţiile următoare şi determinaţi dacă sunt monadice sau poliadice. În cazul predicatelor poliadice, precizaţi de câte locuri sunt.

1. Alexandru este poet şi ziarist.
2. Constanţa este un oraş mai mare decât Mangalia, dar mai mic decât Bucureşti.
3. Ioana preferă pe Mozart lui Beethoven.
4. Mihai este tatăl lui Viorel şi fratele lui Tudor.
5. Armata lui Hannibal a atacat Roma.

2. În formula care urmează, identificaţi (a) constantele individuale şi numărul de apariţii ale fiecăreia, (b) variabilele individuale distincte şi numărul de apariţii ale fiecăreia (inclusiv apariţiile în cuantori), (c) variabilele predicat distincte, clasificate ca monadice, diadice sau triadice şi numărul de

apariţii ale fiecăreia, (d) cuantorii universali şi pe cei existenţiali, (e) domeniul fiecărui cuantor, (f) operatorii propoziţionali:

$\forall x\,(Fx \supset Gxa) \vee \exists x\,(Fx \,\&\, Hxba \,\&\, {\sim}Gxa)$

3. Transformaţi formula dată în exerciţiul 2 într-o propoziţie a limbii române, folosind următoarele corespondenţe: *Fx – x este persoană*, *Gxy – x iubeşte pe y*, *Hxyz – x vorbeşte cu y despre z*, *a – Andrei*, *b – Barbu*.

4. Să se demonstreze că prin substituţia uniformă a unei variabile propoziţionale într-o lege a logicii propoziţionale se obţine o lege logică, precum şi că prin substituţia uniformă a unei variabile propoziţionale într-o formulă inconsistentă a logicii propoziţionale se obţine o formulă inconsistentă.

5. Considerând *interpretarea A* şi *interpretarea B* date în secţiunea 5.3, transformaţi următoarele formule în propoziţii ale limbii române, dând formulări cât mai fireşti propoziţiilor respective:

1. $Fa \supset Fb$
2. $Fa \supset Fa$
3. $(Fa \,\&\, Fb) \supset Gab$
4. $Fa \vee Fb \vee {\sim}(Fa \,\&\, Fb)$

6. Pentru fiecare dintre propoziţiile stabilite la exerciţiul 5, determinaţi dacă propoziţia este logic adevărată sau logic falsă sau, respectiv, factual adevărată sau factual falsă. De asemenea, determinaţi dacă propoziţiile factual adevărate sunt adevărate în virtutea înţelesurilor predicatelor asociate în interpretarea respectivă sau în virtutea termenilor individuali asociaţi constantelor individuale.

7. Folosind corespondenţele *Bx – x este borsalină*, *Px – x este pălărie* şi *Vx – x este verde*, transformaţi următoarele formule în propoziţii ale limbii române, dând formulări cât mai fireşti propoziţiilor respective:

1. $\exists x\,(Bx \,\&\, {\sim}Vx)$	6. $\exists x\,(Bx \,\&\, Vx)$
2. $\exists x\,{\sim}(Bx \,\&\, Vx)$	7. ${\sim}\forall x\,{\sim}(Bx \,\&\, Vx)$
3. ${\sim}\exists x\,(Bx \,\&\, Vx)$	8. $\forall x\,[(Vx \,\&\, Bx) \supset (Vx \,\&\, Px)]$
4. ${\sim}\exists x\,{\sim}(Bx \,\&\, Vx)$	9. $\forall x\,[(Vx \,\&\, Px) \supset (Bx \vee {\sim}Bx)]$
5. $\forall x\,(Bx \,\&\, Vx)$	10. ${\sim}\exists x\,(Vx \,\&\, Bx \,\&\, {\sim}Px)$

8. Considerând un univers de discurs alcătuit din trei indivizi - *a*, *b* şi *c* -, desfaceți formulele date în exercițiul 7 în conjuncții sau disjuncții de scheme de propoziții despre indivizi.

9. Fie un univers de discurs alcătuit din trei indivizi – *a*, *b* şi *c* – şi cinci proprietăți, reprezentate prin literele „*F*", „*G*", „*H*", „*J*" şi „*K*". Să presupunem că cele cinci proprietăți sunt distribuite, conform următorului tabel, în care semnul „+" arată că individul are proprietatea respectivă, iar semnul „–" arată că individul nu are proprietatea respectivă:

	F	*G*	*H*	*J*	*K*
a	+	–	+	–	–
b	–	+	+	–	+
c	+	+	+	–	–

Folosind acest tabel, stabiliți care dintre următoarele formule iau valoarea *adevărat* şi care iau valoarea *fals* în universul de discurs considerat:

1. $\exists x\,(Hx \,\&\, {\sim}Gx)$
2. $\exists x\,(Jx \,\&\, {\sim}Gx)$
3. $\forall x\,(Fx \supset Hx)$
4. $\forall x\,(Gx \supset {\sim}Kx)$
5. $\forall x\,[(Gx \,\&\, {\sim}Fx) \supset Kx]$
6. $\exists x\,[Fx \,\&\, (Gx \equiv Hx)]$
7. $(Fb \vee Gc) \supset \exists x{\sim}Hx$
8. $\forall x\,[(Fx \vee Kx) \supset (Hx \,\&\, Gx)]$
9. $\forall x\,({\sim}Kx \supset {\sim}Jx)$
10. $\exists x\,(Fx \,\&\, Kx)$

10. Pe baza legilor logice $(p \,\&\, q \,\&\, r \,\&\, \ldots) \supset p$ şi $p \supset (p \vee q \vee r \vee \ldots)$, arătați că formulele $\forall xFx \supset Fa$ şi $Fa \supset \exists xFx$ sunt legi logice.

11. Folosiți generalizările legilor lui De Morgan pentru a arăta că formulele ${\sim}\forall xFx \equiv \exists x{\sim}Fx$ şi ${\sim}\exists xFx \equiv \forall x{\sim}Fx$ sunt legi logice.

12. Fiecare dintre următoarele perechi de formule este alcătuită din formule echivalente logic. În fiecare caz în parte, arătați cum poate fi transformată formula (a) în formula (b).

1. (a) $\forall x\,(Fx \supset Gx)$
   (b) ${\sim}\exists x\,{\sim}({\sim}Gx \supset {\sim}Fx)$
2. (a) $\forall x\,(Fx \supset {\sim}Gx)$
   (b) ${\sim}\exists x\,{\sim}({\sim}Gx \vee {\sim}Fx)$
3. (a) ${\sim}\forall x\,{\sim}Fx \vee {\sim}\forall x\,{\sim}(Fx \,\&\, Gx)$
   (b) $\exists xFx \vee \exists x\,(Fx \,\&\, Gx)$
4. (a) $\forall x\,[Fx \supset (Gx \vee Hx)]$
   (b) ${\sim}\exists x\,[Fx \,\&\, ({\sim}Gx \,\&\, {\sim}Hx)]$
5. (a) $\forall x\,(Fx \vee Gx) \supset \forall x\,{\sim}(Gx \equiv Hx)$
   (b) $\exists x\,({\sim}Fx \vee {\sim}Gx) \vee {\sim}\exists x\,(Gx \equiv Hx)$
6. (a) ${\sim}\forall xFx \vee {\sim}\forall x\,(Gx \supset Hx)$
   (b) $\forall xFx \supset \exists x\,({\sim}Hx \,\&\, Gx)$

13. Care dintre formulele date în exercițiul 7 sunt echivalente logic?

14. Pe baza condițiilor lor semantice, arătați că formula $\forall y \exists x Fxy$ nu implică logic formula $\exists x \forall y Fxy$.

15. Pe baza condițiilor lor semantice, arătați că formula $\exists y \forall x Fxy$ implică logic formula $\forall x \exists y Fxy$, nu şi reciproc.

16. Arătați că dacă două scheme elementare cuantificate în care apar predicate diadice au prefix eterogen şi nu diferă decât prin aceea că ordinea variabilelor individuale din domeniul prefixului este inversată, atunci schemele respective sunt independente logic.

17. Folosind corespondențele *Px – x este persoană*, *Cxy – x cunoaşte pe y*, *Ixy – x iubeşte pe y* şi *a – Adela*, transformați următoarele formule în propoziții ale limbii române, dând formulări cât mai fireşti propozițiilor respective:

1. $\forall x\, [(Px \,\&\, Cxa) \supset Ixa)]$
2. $\exists x\, (Px \,\&\, {\sim}Cxa \,\&\, {\sim}Ixa)$
3. $\forall x Ixa \supset \forall y\, [(Cxy \,\&\, {\sim}Iya) \supset {\sim}Ixy]$
4. $\forall x\, [Px \supset \exists y\, (Py \,\&\, {\sim}Ixy)]$
5. $\exists y\, \{Py \,\&\, {\sim}Iay \,\&\, {\sim}\forall x\, [(Px \,\&\, Ixa \,\&\, Cxy) \supset {\sim}Ixy]\}$

18. Formalizați în limbajul logicii predicatelor următoarele enunțuri:

1. Nu tot ce străluceşte este din aur.
2. Nici un fizician nu este atât gânditor ştiințific, cât şi astrolog.
3. Nici un astronom care gândeşte ştiințific nu agreează astrologia.
4. Există filosofi care sunt logicieni, dar nu toți filosofii sunt logicieni.
5. Orice sac îşi are peticul.
6. Orice argument deductiv valid care nu este concludent are cel puțin o premisă falsă.
7. Orice student care promovează cel puțin un examen de logică este fericit..
8. Orice persoană reuşeşte să facă ce şi-a propus, dacă este perseverentă şi are încredere în sine.

9. Filosofii şi logicienii sunt menţionaţi în program dacă şi numai dacă ei conduc o secţiune sau susţin o comunicare.
10. Cineva poate păcăli orice persoană uneori şi unele persoane oricând, dar nu poate păcăli orice persoană oricând. (*Indiciu*: adverbele temporale „uneori” şi „oricând” se pot formaliza folosind predicatul *x este moment*)

19. Pentru fiecare dintre deducţiile următoare, indicaţi felul în care a fost obţinută fiecare linie, specificând regula utilizată şi linia sau liniile la care a fost aplicată:

(1)

1. $\sim\forall x\,(Fx \vee Gx)$
2. $\forall x\,[(\sim Gx \vee Hx) \supset Kx]$ / $\exists xKx$
3. $\exists x \sim(Fx \vee Gx)$ ____________
4. $\sim(Fa \vee Ga)$ ____________
5. $\sim Fa\ \&\ \sim Ga$ ____________
6. $\sim Ga$ ____________
7. $(\sim Ga \vee Ha) \supset Ka$ ____________
8. $\sim Ga \vee Ha$ ____________
9. Ka ____________
10. $\exists xKx$ ____________

(2)

1. $\forall x\,(Fx \supset Gx)$
2. $\sim\forall xHx \vee \forall xFx$
3. $\sim\forall xGx$ / $\exists x \sim Hx$
4. $\exists x \sim Gx$ ____________
5. $\sim Ga$ ____________
6. $Fa \supset Ga$ ____________
7. $\sim Fa$ ____________
8. $\exists x \sim Fx$ ____________
9. $\sim\forall xFx$ ____________
10. $\sim\forall xHx$ ____________
11. $\exists x \sim Hx$ ____________

(3)

1. Fa
2. $\forall x\ [(Fx \ \&\ Gx) \supset Hax]$
3. $\forall x\ (Fx \supset {\sim}Hxx)\ /\ {\sim}Ga$

4. Ga	________
5. $(Fa \ \&\ Ga) \supset Haa$	________
6. $Fa \ \&\ Ga$	________
7. Haa	________
8. $Fa \supset {\sim}Haa$	________
9. ${\sim}Haa$	________
10. $Haa \ \&\ {\sim}Haa$	________

11. ${\sim}Ga$ ________

(4)

1. $\forall x\ (Fx \supset Gx)$
2. $\forall x\ (Hx \supset Kx)\ /\ \forall x\ [(Hx \ \&\ Fx) \supset (Kx \ \&\ Gx)]$

3. $Ha \ \&\ Fa$	________
4. $Ha \supset Ka$	________
5. Ha	________
6. Ka	________
7. $Fa \supset Ga$	________
8. Fa	________
9. Ga	________
10. $Ka \ \&\ Ga$	________

11. $(Ha \ \&\ Fa) \supset (Ka \ \&\ Ga)$ ________

12. $\forall x\ [(Hx \ \&\ Fx) \supset (Kx \ \&\ Gx)]$ ________

(5)

1. $\forall x \exists y Fxy \vee \forall x \forall y Gxy$
2. $\forall x \exists y (Hx \supset \sim Gxy)$ / $\forall x \exists y (Hx \supset Fxy)$

3. Ha	___________
4. $\exists y (Ha \supset \sim Gay)$	___________
5. $Ha \supset \sim Gab$	___________
6. $\sim Gab$	___________
7. $\exists y \sim Gay$	___________
8. $\exists x \exists y \sim Gxy$	___________
9. $\exists x \sim \forall y Gxy$	___________
10. $\sim \forall x \forall y Gxy$	___________
11. $\forall x \exists y Fxy$	___________
12. $\exists y Fay$	___________
13. Fac	___________
14. $Ha \supset Fac$	___________
15. $\exists y (Ha \supset Fay)$	___________
16. $\forall x \exists y (Hx \supset Fxy)$	___________

20. Folosiți metoda deducției naturale pentru a arăta că următoarele formule sunt legi logice:

1. $\exists x (Fx \vee Gx) \equiv (\exists x Fx \vee \exists x Gx)$
2. $\exists x (Fx \& Gx) \supset (\exists x Fx \& \exists x Gx)$
3. $(\forall x Fx \vee \forall x Gx) \supset \forall x (Fx \vee Gx)$

21. Pentru fiecare dintre următoarele argumente valide, aplicați metoda deducției naturale pentru a obține forma concluziei din formele premiselor:

1. Toate păsările sunt animale. Toate păsările au pene. Deci toate păsările sunt animale cu pene.
2. Toate păsările sunt animale cu pene. Nu toate animalele care zboară au pene. Deci există animale care nu sunt păsări dar zboară.

3. Toate vertebratele care au pene sunt păsări. Nici un animal nu este atât înzestrat cu pene, cât şi nevertebrat. Deci toate animalele cu pene sunt păsări.

4. Unii funcționari de stat acceptă mită de la oamenii de afaceri şi toți cei care acceptă mită sunt corupți. Dacă cei care acceptă mită sunt corupți, atunci tot aşa sunt şi cei care dau mită. Prin urmare, unii oameni de afaceri sunt corupți.

5. Orice persoană iubeşte persoanele de care este iubită. Nu există persoană care să nu fie iubită de nici o persoană. Prin urmare, orice persoană iubeşte cel puțin o persoană.

6. Orice persoană iubeşte cel puțin o persoană. Există persoane pe care nu le iubeşte nici o persoană. Deci unele persoane iubesc persoane de care nu sunt iubite.

7. Toți ambasadorii sunt diplomați. Toți ambasadorii experimentați sunt precauți şi toți diplomații precauți sunt prevăzători. Deci toți ambasadorii experimentați sunt prevăzători.

8. Nu este prezent nici un senator sau nu este prezent nici un deputat. Dacă nici un senator nu este prezent, atunci nici o femeie nu este prezentă. Deci nici unul dintre deputații care sunt prezenți nu este femeie.

9. Dacă există politicieni oneşti, atunci, dacă toate voturile sunt numărate, atunci ei vor fi realeşi. Unii politicieni oneşti nu vor fi realeşi. Prin urmare, unele voturi nu vor fi numărate.

10. Unele persoane sunt prietene cu toate persoanele pe care le cunosc. Orice persoană cunoaşte cel puțin o persoană. Prin urmare, cel puțin o persoană este prietenă cu cel puțin o persoană.

22. Specificați proprietățile următoarelor relații: *este frate cu*, *este văr primar cu*, *este tatăl lui*, *încheie un contract cu*, *îngrijeşte pe*, *este subordonatul lui*, *este subordonatul direct al lui*, *are acelaşi nivel de şcolarizare cu*, *are cel mult acelaşi nivel de şcolarizare cu*, *are încredere în*.

VI. **SISTEME DEDUCTIVE**

Am precizat în capitolul I că logi-ca este o ştiinţă care se ocupă, în principal, cu studiul argumentelor sub aspectul relaţiei de decurgere a concluziei din premise, precum şi cu studiul sistemelor deductive (axiomatice). Studiul sistemelor deductive ne ajută să înţelegem şi să descriem riguros natura sistemelor organizate de concepte şi principii şi, pe această bază, să înţelegem rolul important pe care organizarea generală a unui corp de cunoştinţe îl joacă în raţionare şi în argumentare[1].

Cel mai familiar exemplu de sistem deductiv, care a inspirat construcţia multor alte sisteme deductive, este, probabil, geometria lui Euclid, expusă în lucrarea sa, *Elementele*[2]. Euclid începe expunerea geometriei sale ca sistem deductiv cu 23 de *definiţii* care se referă la punct, dreaptă, plan, unghi plan, cerc, triunghi etc. Iată câteva exemple de astfel de definiţii:

1. *Punctul* este ceea ce nu are nici o parte.
2. *Linia* (curba) este o lungime fără lăţime.
3. Extremităţile unei linii sunt puncte.
4. *Dreapta* este linia situată la fel faţă de toate punctele ei.
5. *Suprafaţa* este ceea ce are numai lungime şi lăţime.
6. Extremităţile unei suprafeţe sunt linii.
7. *Planul* este suprafaţa situată la fel faţă de toate dreptele conţinute în el.

……………………………………………………………

23 *Paralelele* sunt drepte care sunt situate în acelaşi plan şi care, dacă sunt prelungite la infinit în ambele părţi nu se întâlnesc în nici o parte.

---

[1] Pentru distincţia dintre argumentare şi raţionare vezi capitolul I, secţiunea 1.1.

[2] Această lucrare este formată din 13 cărţi (capitole), dintre care opt sunt de geometrie pură, iar cinci tratează geometric probleme fundamentale din teoria proporţiilor şi din aritmetică.

Urmează apoi următoarele cinci *postulate*, propoziţii despre care Euclid considera că pot fi acceptate fără demonstraţie:

1. Două puncte determină o dreaptă.
2. Orice dreaptă poate fi prelungită indefinit.
3. Se poate duce un cerc din orice centru şi cu orice rază.
4. Toate unghiurile drepte sunt egale între ele.
5. Dacă o dreaptă taie alte două drepte şi formează cu ele unghiuri interne de aceeaşi parte a primei drepte, a căror sumă este mai mică decât două unghiuri drepte, cele două drepte se vor intersecta de acea parte a primei drepte în care sunt situate unghiurile a căror sumă este mai mică decât două unghiuri drepte.

După postulate, diferitele ediţii ale *Elementelor* lui Euclid menţionează între cinci şi nouă *axiome*, unele postulate fiind trecute în rândul axiomelor. Din acest motiv, uneori nu se mai face distincţie între axiome şi postulate, termenii „axiomă" şi „postulat" fiind luaţi ca sinonimi. Axiomele au caracter general şi sunt considerate de către Euclid „propoziţii evidente prin sine". Iată lista primelor cinci axiome:

1. Cele egale cu acelaşi sunt egale şi între ele.
2. Dacă la egale se adună egale, sumele sunt egale.
3. Dacă din egale se scad egale, rezultatele obţinute sunt egale.
4. Întregul este mai mare decât partea.

Utilizând definiţiile, postulatele şi axiomele drept premise, Euclid formulează argumente valide sau *demonstraţii*, ale căror concluzii sunt *teoreme*. După ce este demonstrată o teoremă, ea poate fi folosită împreună cu definiţiile, postulatele şi axiomele ca premisă într-o altă demonstraţie. Euclid a încercat să facă în aşa fel încât fiecare teoremă să decurgă în mod necesar din premisele sale şi fiecare premisă să fie o definiţie, un postulat, o axiomă sau o teoremă demonstrată anterior.

Mulţi gânditori au încercat în timp să folosească *metoda axiomatică* în alte domenii. Astfel, filosoful şi matematicianul René Descartes, fizicianul Isaac Newton şi filosoful Benedict Baruch Spinoza, între alţii, au întreprins încercări impresionante de a arăta că tezele din domeniile care i-au preocupat pot fi deduse din câteva definiţii, axiome şi postulate.

Este important de menţionat că, în timp, înţelesul cuvântului „axiomă" s-a schimbat. Astfel, în înţelesul vechi al cuvântului, prin „axiomă" se

înţelegea o propoziţie evidentă prin sine şi care nu are nevoie de demonstraţie. În sens contemporan, **axioma** este o propoziţie primă, luată fără demonstraţie, care nu este neapărat evidentă şi care în alt sistem de propoziţii poate fi teoremă. Ca atare, în sens contemporan, termenul „axiomă” are un înţeles relativ la un anumit sistem: *axiomă în sistemul S*[3]. Se spune că definiţiile, axiomele şi postulatele unui sistem deductiv alcătuiesc *baza* acelui sistem.

Logicienii moderni sunt interesaţi de dezvoltarea sistemelor deductive (axiomatice) pentru logica însăşi, în care să se poată deduce toate legile logice, precum şi de studiul sistemelor deductive în general, incluzând criteriile sau cerinţele pe care trebuie să le îndeplinească orice sistem deductiv „bun”.

În cele ce urmează, vom prezenta cerinţele pe care trebuie să le îndeplinească un sistem deductiv „bun”, cu referire specială la sistemele logicii, baza unui sistem deductiv al logicii propoziţionale clasice[4] împreună cu câteva exemple de demonstraţii ale teoremelor din acest sistem, precum şi câteva extensii ale sistemelor deductive ale logicii clasice.

6.1. **Cerinţe impuse sistemelor deductive**

Date fiind anumite definiţii, axiome şi postulate, prima cerinţă în derivarea teoremelor este **rigoarea**. Evident, logica este o disciplină riguroasă. În contextul discuţiei de faţă, termenul „rigoare” are un înţeles special. Astfel, un sistem deductiv este complet riguros dacă şi numai dacă (1) una sau mai multe *reguli de deducţie* sunt specificate înainte de derivarea oricărei teoreme, (2) fiecare regulă de deducţie poate fi enunţată ca o regulă de transformare a unor semne în altele sau de selecţie (derivare) a unor semne din altele, astfel că, dat fiind un set de simboluri, asupra lor se efectuează o acţiune „mecanică” ce are ca rezultat un alt set de simboluri, (3) orice teoremă sau linie intermediară în demonstrarea unei teoreme este rezultatul aplicării unei reguli de deducţie stipulate anterior la o axiomă, la un postulat

[3] Vezi Gheorghe Enescu (1985).

[4] Amintim că prin „logică clasică” înţelegem logica bivalentă (în care se iau în considerare două şi numai două valori logice: *adevărul* şi *falsul*), expusă în monumentala lucrare elaborată de Bertrand Russell şi Alfred North Whitehead, *Principia Mathematica*. De asemenea, amintim că axiomatizările ulterioare ale logicii clasice sunt cunoscute sub numele de „sisteme de tip *Principia Mathematica*”.

sau la o teoremă demonstrată anterior. De aici rezultă că un sistem complet riguros poate fi tratat ca un set de semne între care există anumite corelații formale (independente de „conținut”), împreună cu reguli de manipulare a acestor semne. În plus, problema „deducției (inferenței) valide” este înlocuită de problema dacă noi combinații de semne (interpretate anterior ca teoreme) sunt produse în conformitate cu regulile de manipulare stipulate. Problema de a găsi un sistem deductiv complet riguros al logicii devine problema de a găsi o modalitate de combinare şi manipulare a unor semne, astfel încât atunci când *interpretăm* aceste semne ca simboluri sau forme propoziționale[5], obținem în fiecare caz un enunț care exprimă o teză a logicii în sens obişnuit. În ultimă instanță, *acceptabilitatea* oricărui sistem deductiv al logicii depinde de posibilitatea de a-l interpreta ca un set de propoziții „logic adevărate” etc., dar *rigoarea* unui anumit sistem, indiferent de faptul că îl acceptăm sau nu drept un sistem al logicii, poate fi apreciată doar în termenii structurii sale ca un sistem de semne.

O cerință foarte importantă impusă unui sistem deductiv „bun” este ca sistemul respectiv să fie **necontradictoriu**. În general, *necontradicția* este proprietatea logică a unei mulțimi de expresii (termeni, propoziții, formule) dintr-un limbaj L de a nu conține o contradicție logică[6]. Amintim că dacă într-un discurs apare o pereche de propoziții reciproc contradictorii despre care se pretinde, implicit sau explicit, că sunt deopotrivă adevărate, atunci se spune că în acel discurs a apărut o **contradicție logică**. În mod normal , dată fiind o propoziție şi contradictoria sa, trebuie să avem, măcar în principiu, posibilitatea de a decide care dintre propoziții este adevărată şi care falsă. Ca atare, „defectul logic” al unui discurs care conține o contradicție logică rezidă în aceea că în cadrul său nu se mai poate face distincția dintre adevăr şi fals[7]. Un sistem deductiv este necontradictoriu dacă şi numai dacă din axiome nu se poate demonstra (cu ajutorul regulilor de deducție) atât o teoremă A, cât şi negația (contradictoria) sa $\sim A$. Demonstrarea necontradicției este prima şi cea mai importantă problemă care se pune în raport cu orice sistem deductiv dat.

O a treia cerință este **completitudinea**. Un sistem deductiv este complet dacă şi numai dacă axiomele, postulatele şi regulile de deducție sunt

---

[5] De pildă, ca atunci când interpretăm semnul „$\supset$” drept „dacă …, atunci …” şi semnele p şi q ca reprezentând posibile propoziții.

[6] Gheorghe Enescu (1985).

[7] Vezi capitolul II, secțiunea 2.3.

suficiente pentru a cuprinde (ca teoremă) în sistem orice propoziție adevărată din domeniul care se dorește a fi sistematizat deductiv (axiomatizat) şi care poate fi formulată în limbajul sistemului. Prin urmare, dacă o propoziție *A* formulabilă în limbajul sistemului este adevărată şi sistemul este complet, atunci *A* va fi teoremă în sistem, iar negația (contradictoria) sa ~*A* nu va fi teoremă în sistem (invers, dacă ~*A* este teoremă, atunci *A* nu este teoremă). De aici rezultă o altă definiție a completitudinii: un sistem deductiv este complet dacă şi numai dacă pentru orice propoziție formulată în limbajul sistemului, sau propoziția respectivă este teoremă sau negația (contradictoria) sa este teoremă. Dacă există cel puțin o propoziție adevărată din domeniul care se dorește a fi sistematizat deductiv (axiomatizat) şi propoziția respectivă, deşi formulabilă în limbajul sistemului, nu poate fi dedusă ca teoremă în sistem, atunci sistemul este incomplet[8].

Sistemul deductiv al geometriei elaborat de Euclid nu este riguros, cel puțin datorită faptului că Euclid nu a specificat de la bun început regulile de deducție folosite. Chiar presupunând că Euclid accepta principiile logicii tradiționale, unele din demonstrațiile sale sunt defectuoase, deoarece el nu specifica toate supozițiile de care ar fi avut nevoie pentru obținerea concluziei urmărite. Astfel, date fiind axiomele şi postulatele propuse de Euclid, multe dintre teoreme nu decurg în mod necesar din premisele acestora. Apoi, sistemul lui Euclid este incomplet, deoarece nu toate teoremele pe care dorea să le demonstreze pot fi derivate din baza sistemului. În fine, sistemul în discuție satisface cerința necontradicției[9].

Două sisteme deductive pot fi *echivalente*, în sensul că orice propoziție care este axiomă sau teoremă într-unul dintre sisteme poate fi transformată printr-un principiu uniform într-o axiomă sau teoremă a celuilalt sistem.

---

[8] Există şi alte definiții mai tehnice şi mai precise atât pentru necontradicție, cât şi pentru completitudine, date exclusiv în termenii simbolismului sistemului respectiv. Vezi, de pildă, Alonzo Church (1956). Unele dintre aceste definiții sunt legate de faptul că noțiunea de *deductibilitate* este legată de noțiunea de *implicație logică* (vezi capitolul II, secțiunea 2.3), astfel că apariția unei contradicții logice într-un sistem deductiv permite, în principiu, derivarea *oricărei* propoziții ca teoremă în sistem, ceea ce face ca sistemul respectiv să fie „complet”, dar *trivial*. Discuția asupra acestei probleme depăşeşte cadrul propus pentru lucrarea de față.

[9] În cartea sa, *Bazele geometriei* (1899), David Hilbert (1862-1943) a fost primul care a reuşit să dea pentru geometrie un sistem deductiv care să îndeplinească toate cerințele menționate.

Două sisteme echivalente pot să difere în privința numărului de simboluri primitive (nedefinite), de definiții, de axiome şi de reguli de deducție şi, cu toate acestea, să poată produce acelaşi set total de teoreme. În legătură cu două sisteme deductive diferite şi echivalente se formulează două cerințe, mai puțin importante față de rigoare, necontradicție şi completitudine, şi care pot fi satisfăcute în ambele sisteme: **independența axiomelor** şi **simplitatea**. Astfel, se cere ca fiecare axiomă a unui sistem să fie independentă de celelalte axiome ale sistemului sau, altfel spus, ca nici o axiomă a unui sistem să nu poată fi demonstrată cu ajutorul regulilor de deducție pe baza celorlalte axiome ale sistemului (căci dacă acesta este cazul, „axioma" ar fi teoremă). Descoperirea că cel puțin o „axiomă" a unui sistem nu este independentă nu discreditează sistemul ca întreg, căci respectiva „axiomă" poate fi trecută pur şi simplu în rândul teoremelor[10].

În contextul discuției de față, cuvântul „simplitate" are două înțelesuri. Într-unul dintre aceste înțelesuri, un sistem deductiv este mai simplu decât un alt sistem echivalent, dacă are mai puține simboluri primitive, mai puține axiome şi mai puține reguli de deducție. Această simplitate poate conduce, însă, la axiome greu de înțeles, după cum vom exemplifica în secțiunea următoare, precum şi la demonstrații mai complicate. În plus, utilizarea unui număr mai mic de simboluri primitive face ca expresiile următoare să fie lungi şi greu de manipulat[11]. În cel de-al doilea înțeles, simplitatea se referă la faptul că un sistem care are mai puține definiții, dar un set mai mare de axiome şi mai multe reguli de deducție poate fi mai simplu de expus şi de înțeles în termenii unei interpretări date. Cu toate că simplitatea în primul înțeles poate fi dragă logicianului modern, pentru diferite scopuri simplitatea în cel de-al doilea înțeles este preferabilă complicării expresiilor şi demonstrațiilor.

Sistemul deductiv pe care îl vom prezenta în secțiunea următoare poate fi tratat, după cum vom vedea, doar ca un set de semne şi de reguli de manipulare a acestora. Totuşi, acest sistem este mai mult decât un joc de semne şi are o mare influență în teoria logicii, deoarece, atunci când îi adăugăm *reguli semantice*, adică reguli pentru *interpretarea* semnelor astfel încât ele să poată exprima asertiuni cu înțeles, sistemul devine un set de principii ale adevărului logic.

---

[10] Aşa s-a întâmplat, de pildă, cu o formulă pe care B. Russell şi A. N. Whitehead o prezentau ca axiomă în primul volum din *Principia Mathematica* (1910) şi despre care P. Bernays a dovedit în 1926 că este derivabilă din celelalte axiome, deci că nu este independentă.

[11] Prin analogie, gândiți-vă la faptul că limbajul nostru ar avea cuvinte foarte lungi, dacă am reduce literele alfabetului la trei, să zicem.

6.2. **Un sistem deductiv de calcul propozițional clasic**

În această secțiune vom prezenta o bază din care se pot deriva toate legile logicii propoziționale clasice și vom prezenta câteva exemple de demonstrații. Acest sistem este echivalent cu logica propozițiilor din *Principia Mathematica* (***PM***).

I. **Simboluri primitive**

1) Variabile logice: $p, q, r, s, p', q', r', s', \ldots$
2) Constante logice: $\sim, \vee$
3) Semne de grupare: ( )

II. **Reguli de formare**

F1. Variabilele logice sunt formule.
F2. Dacă A este o formulă, atunci $\sim A$ este o formulă.
F3. Dacă A și B sunt formule, atunci $(A \vee B)$ este formulă.

III. **Definiții (abrevieri)**

D1. $(A \supset B) =_{df} (\sim A \vee B)$
D2. $(A \,\&\, B) =_{df} \sim(\sim A \vee \sim B)$
D3. $(A \equiv B) =_{df} ((A \supset B) \,\&\, (B \supset A))$

IV. **Axiome**

A1. $((p \vee p) \supset p)$
A2. $(q \supset (p \vee q))$
A3. $((p \vee q) \supset (q \vee p))$
A4. $((q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (p \vee r)))$

V. **Reguli de deducție**

R1. Dacă $(A \supset B)$ este o axiomă sau o teoremă și A este o axiomă sau o teoremă, atunci B este teoremă (*regula detașării* sau *modus ponens*).
R2. Dacă A este o axiomă sau o teoremă și B este o formulă obținută prin înlocuirea întregii formule A sau a unei părți din formula A cu o expresie identică prin definiție, atunci B este teoremă.
R3. Dacă A este o axiomă sau o teoremă în care apare variabila v și B este o formulă obținută din A prin înlocuirea tuturor aparițiilor variabilei v cu o formulă oarecare, atunci B este teoremă (*regula substituției*).

Multe dintre simboluri, definiții şi axiome sunt deja familiare cititorului capitolului II din prima parte a acestei lucrări, deşi, după cum vom atrage atenția mai departe, apar unele diferențe.

După cum se poate constata, baza sistemului prezentat aici constă din cinci părți. În prima parte sunt listate *simbolurile primitive* (nedefinite) care vor fi utilizate; toate celelalte simboluri vor fi sau combinații sau abrevieri de combinații. Partea a doua, *Reguli de formare*, arată felul în care pot fi combinate simbolurile primitive şi exclude ca incorecte şiruri precum „) ~ ∨ ∨ ~)”. În ceea ce priveşte simbolismul, sunt de notat următoarele diferențe: (a) numărul de variabile logice din baza de mai sus este infinit, întrucât, în principiu, se pot adăuga oricât de multe variabile prin repetarea semnului „′ „: p'', p''', etc., (b) regula de utilizare a semnelor de grupare (parantezele) dată în F3 implică o utilizare mai extensivă a parantezelor, decât cea cu care ne-am obişnuit. Astfel, F3 cere ca parantezele să cuprindă o *întreagă formulă* de tipul $A \vee B$. Această cerință este impusă pentru a păstra rigoarea şi simplitatea în regulile de formare, cu toate că poate îngreuna uneori sesizarea grupărilor dintr-o formulă sau alta.

Definițiile din partea a treia sunt în aşa fel încât, dacă semnul „$=_{df}$”, citit „este identic prin definiție cu”, se înlocuieşte cu „≡”, se obțin legi (echivalențe) logice ale logicii propoziționale. Cu toate acestea, în calitate de componente ale unui sistem deductiv, aceste definiții trebuie să fie considerate drept instrumente de abreviere sau de simplificare a expresiilor simbolice.

Cititorul este sfătuit să facă permanent distincția dintre *interpretarea* pe care o poate da simbolurilor şi combinațiilor de simboluri de mai sus şi aceste simboluri şi combinații de simboluri văzute ca un set de semne şi de reguli de manipulare a acestora. Cu alte cuvinte, cititorul trebuie să facă abstracție inițial de orice legătură a sistemului cu logica propozițională, precum, de pildă, de faptul că în mod obişnuit semnul „~” este interpretat drept „nu este adevărat că” sau „este fals că”, iar semnul „⊃” este interpretat drept „dacă …, atunci …”. În timp ce *interpretarea* ne poate releva semnificația sistemului pentru diferite alte scopuri[12], testul *rigorii* constă în a vedea dacă fiecare pas într-o demonstrație poate fi considerat drept o aplicație strictă a regulilor de manipulare a unui set de simboluri neinterpretate.

---

[12] Acesta a fost chiar temeiul pentru care am intitulat această secțiune „Un sistem deductiv de *calcul propozițional*”.

Numărul de axiome listate în partea a patra este mai mic decât decât numărul de axiome din unele sisteme echivalente şi mai mare decât numărul de axiome din alte astfel de sisteme. De pildă, sistemul expus de către Bertrand Russell şi Alfred North Whitehead în ***PM*** conținea şi axioma $((p \vee (q \vee r)) \supset (q \vee (p \vee r))$, pe lângă cele patru axiome de mai sus. În 1926, P. Bernays a arătat că această axiomă poate fi demonstrată pe baza celorlalte axiome şi deci nu este independentă. Chiar şi cu cele cinci axiome, sistemul din ***PM*** avea mai puține axiome decât primul sistem deductiv de calcul propozițional, elaborat de Gottlob Frege în lucrarea sa, *Begriffsschrift* (1879). Au fost elaborate multe alte seturi de axiome în care apar diferite seturi de constante logice primitive, dar care conduc la aceleaşi teoreme. Astfel, un set de constante logice este $\{\sim, \&\}$, iar un altul este $\{\sim, \supset\}$. În 1917, Jean Nicod a elaborat un sistem deductiv de calcul propozițional cu ajutorul unei singure constante primitive, „/", numită „incompatibilitate" sau „funcția lui Scheffer", care poate fi interpretată „… incompatibil cu …" sau „… nu este adevărat … sau nu este adevărat …"[13]. În acest sistem, $\sim p$ se defineşte prin p/p („nu este adevărat p sau nu este adevărat p"), iar $(p \vee q)$ se defineşte prin $((p/p)/(q/q))$. Sistemul lui J. Nicod are o singură axiomă:

$$((p/(q/r))/((t/(t/t))/((s/q)/((p/s)/(p/s)))))$$

După cum se poate constata, această axiomă este extrem de greu de manipulat, astfel că sistemul lui J. Nicod prezintă doar un interes pur teoretic.

Este important de notat o diferență dintre R1 şi regula *modus ponens* folosită în metoda deducției naturale. Amintim că în cadrul metodei deducției naturale, regula menționată are următoarea formulare: de la o formă de propoziție $A \supset B$ şi o formă de propoziție A se poate trece la forma de propoziție B. Cu alte cuvinte, această regulă enunță că *dacă* $A \supset B$ şi A sunt forme de propoziții adevărate, atunci B este o formă de propoziție adevărată. Prin contrast, în R1 se precizează că $A \supset B$ şi A sunt axiome sau teoreme. Această diferență reflectă deosebirea dintre scopul metodei deducției naturale (obținerea formei concluziei unui argument valid din formele premiselor sale) şi scopul principal al construirii unui sistem deductiv de calcul propozițional (obținerea ca teoreme a legilor logicii propoziționale, pornind de la un număr mic de axiome).

[13] Vezi şi capitolul II, secțiunea 2.5.

O **demonstrație formală** este o listă finită de formule $A_1, \ldots, A_n$, în care fiecare formulă A_i, $1 \le i \le n$, este sau o axiomă, sau este obținută prin aplicarea unei reguli de deducție la o formulă (cazurile R2 şi R3) sau la o pereche de formule (cazul R1) care o precede în listă. Demonstrațiile formale se mai numesc şi „secvențe demonstrative”. Pentru concizie, în loc de „demonstrație formală” vom folosi „demonstrație”. Orice demonstrație este o demonstrație a ultimei sale formule, A_n. Dacă o formulă *A* are o demonstrație, atunci se spune că *A* este (*formal*) *demonstrabilă* sau că *A* este o *teoremă* (*formală*) în raport cu setul de axiome ales.

Pentru început, dăm o demonstrație în doi paşi a unei teoreme, numită în ***PM*** „principiul silogismului”, pe care o vom nota „T1”. Această demonstrație ilustrează aplicarea regulilor de transformare R2 şi R3.

T1: $((q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r)))$

1. $((q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (p \vee r)))$	A4
2. $((q \supset r) \supset ((\sim p \vee q) \supset (\sim p \vee r)))$	1, R3: $p/\sim p$
3. $((q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r)))$	2, R2 × 2 (D1)

Formula din linia 2 este obținută din A4 prin substituția p/~*p*. Indicația „2, R2 × 2 (D1)” arată că formula din linia 3, T1, a fost obținută din linia 2 conform D1 şi a regulii R2 aplicată de două ori: mai întâi pentru a înlocui pe $(\sim p \vee q)$ cu $(p \supset q)$, apoi pentru a înlocui pe $(\sim p \vee r)$ cu $(p \supset r)$.

În continuare, dăm demonstrațiile următoarelor opt teoreme:

T2. $(p \supset (p \vee p))$	T6. $((p \,\&\, q) \supset \sim(\sim p \vee \sim q))$
T3. $(p \supset p)$	T7. $((p \supset \sim q) \supset (q \supset \sim p))$
T4. $(\sim p \vee p)$	T8. $((\sim p \vee \sim q) \supset \sim(p \,\&\, q))$
T5. $(p \vee \sim p)$	T9. $\sim(p \,\&\, \sim p)$

T2: $(p \supset (p \vee p))$

1. $(q \supset (p \vee q))$	A2
2. $(p \supset (p \vee p))$	1, R3: q/p

T3: $(p \supset p)$

1. $((q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r)))$	T1
2. $(((p \vee p) \supset p) \supset ((p \supset (p \vee p)) \supset (p \supset p)))$	1, R3: $q/(p \vee p)$; r/p
3. $((p \vee p) \supset p)$	A1
4. $((p \supset (p \vee p)) \supset (p \supset p))$	2, 3, R1
5. $(p \supset (p \vee p))$	T2
6. $(p \supset p)$	4, 5, R1

După cum se poate constata, în demonstrarea T3 am folosit două teoreme demonstrate anterior: T1 şi T2. În ***PM***, T3 este numită „legea identităţii”.

T4: $(\sim p \vee p)$

1. $(p \supset p)$	T3
2. $(\sim p \vee p)$	1, R2 (D1)

T5: $(p \vee \sim p)$

1. $((p \vee q) \supset (q \vee p))$	A3
2. $((\sim p \vee p) \supset (p \vee \sim p))$	1, R3: $p/\sim p$; q/p
3. $(\sim p \vee p)$	T4
4. $(p \vee \sim p)$	2, 3, R1

În ***PM***, T5 este numită „legea terţului exclus”. Desigur, T5 „spune” acelaşi lucru cu T4, dar, având în vedere că deocamdată nu asumăm nimic din punct de vedere semantic, ambele teoreme trebuie să fie demonstrate pas cu pas.

T6: $((p \,\&\, q) \supset \sim(\sim p \vee \sim q))$

1. $(p \supset p)$	T3
2. $((p \,\&\, q) \supset (p \,\&\, q))$	1, R3: $p/(p \,\&\, q)$
3. $((p \,\&\, q) \supset \sim(\sim p \vee \sim q))$	2, R2 (D2)

T7: $((p \supset \sim q) \supset (q \supset \sim p))$

1. $((p \vee q) \supset (q \vee p))$	A3
2. $((\sim p \vee \sim q) \supset (\sim q \vee \sim p))$	1, R3: $p/\sim p$; $q/\sim q$
3. $((p \supset \sim q) \supset (q \supset \sim p))$	2, R2 (D1)

T8: $((\sim p \vee \sim q) \supset \sim(p \,\&\, q))$

1. $((p \supset \sim q) \supset (q \supset \sim p))$	T7
2. $(((p \,\&\, q) \supset \sim(\sim p \vee \sim q)) \supset ((\sim p \vee \sim q) \supset \sim(p \,\&\, q)))$	1, R3: $p/(p \,\&\, q)$; $q/(\sim p \vee \sim q)$
3. $((p \,\&\, q) \supset \sim(\sim p \vee \sim q))$	T6
4. $((\sim p \vee \sim q) \supset \sim(p \,\&\, q))$	2, 3, R1

T9: $\sim(p \,\&\, \sim p)$

1. $((\sim p \vee \sim q) \supset \sim(p \,\&\, q))$ — T8
2. $((\sim p \vee \sim\sim p) \supset \sim(p \,\&\, \sim p))$ — 1, R3: $q/\sim p$
3. $(p \vee \sim p)$ — T5
4. $(\sim p \vee \sim\sim p)$ — 3, R3: $p/\sim p$
5. $\sim(p \,\&\, \sim p)$ — 2, 4, R1

În ***PM***, T9 este numită „legea (ne)contradicției”.

De notat că, pentru simplitate în primul înțeles al acestui cuvânt, introdus în secțiunea anterioară, nu am considerat anumite reguli de deducție care ar fi făcut demonstrațiile mai scurte. Astfel, nu am considerat o regulă, s-o notăm „R4”, care are următorul enunț: „Dacă A şi B sunt axiome sau teoreme, atunci (A & B) este teoremă”. Această regulă se numeşte *regula adjuncției*. De asemenea, nu am considerat o regulă, numită *regula schimbului reciproc de echivalenți*, s-o notăm „R5”, care are următorul enunț: „Dacă $F(A)$, $A \supset B$ şi $B \supset A$ sunt formule demonstrate, atunci este demonstrată formula $F(B)$”, unde „$F(A)$” desemnează o formulă care are ca parte a sa formula A, iar „$F(B)$” desemnează o formulă obținută din $F(A)$ prin înlocuirea formulei A cu formula B. De pildă, dacă este demonstrată formula

$$((\sim p \vee q) \supset (p \supset (\sim p \vee q)))$$

şi sunt demonstrate formulele $((\sim p \vee q) \supset (p \supset q))$ şi $((p \supset q) \supset (\sim p \vee q))$, atunci este demonstrată prin R5 fiecare dintre următoarele trei formule:

$$((p \supset q) \supset (p \supset (\sim p \vee q)))$$
$$((\sim p \vee q) \supset (p \supset (p \supset q)))$$
$$((p \supset q) \supset (p \supset (p \supset q)))$$

Regulile R4 şi R5 pot fi, la rândul lor, demonstrate în sistem. Oricum, setul de axiome şi de reguli din baza sistemului permit aceleaşi rezultate pe care le-am obține prin aplicarea regulilor R4 şi R5, dar prin demonstrații relativ mai lungi. De pildă, folosind ca reguli doar R1-R3, este uşor de obținut teorema $(p \supset \sim\sim p)$ şi apoi, printr-o demonstrație ceva mai lungă, teorema $(\sim\sim p \supset p)$[14]. Dacă am avea R4, atunci am putea obține imediat teorema $((p \supset \sim\sim p) \,\&\, \&\, (\sim\sim p \supset p))$ din care, prin D3 şi R2, am

[14] Vezi exercițiul 1.

obține teorema ($p \equiv \sim\sim p$), numită în ***PM*** „legea dublei negații". Fără R4, am putea demonstra teorema (($p \supset \sim\sim p$) & ($\sim\sim p \supset p$)) în (cel puțin) 48 de pași.

Sistemul expus aici este necontradictoriu şi complet față de logica propozițională. Pentru un astfel de sistem, necontradicția şi completitudinea pot fi definite sintactic (pur formal) sau semantic. Definițiile semantice presupun considerarea constantelor logice ~, &, ∨, ⊃, şi ≡, respectiv, drept operatorii propoziționali *negație*, *conjuncție*, *disjuncție*, *condițional* şi *bicondițional*, precum şi considerarea condițiilor semantice ale acestor operatori[15]. Atunci, în orice interpretare a variabilelor sale, orice formulă va lua valoarea *1* sau valoarea *0*. În acest fel, orice formulă a calculului propozițional poate fi considerată o formulă a logicii propoziționale. Astfel, pentru necontradicție avem (cel puțin) următoarele definiții:

N1. Un sistem este (sintactic) necontradictoriu dacă şi numai dacă din axiome nu se poate demonstra (cu ajutorul regulilor de deducție) atât o formulă *A*, cât şi negația sa ~*A*.

N2. Un sistem este (semantic) necontradictoriu dacă şi numai dacă orice formulă demonstrabilă (teoremă) a sistemului, considerată ca formulă a logicii propoziționale, este o lege logică.

Legătura dintre aceste două definiții poate fi dovedită după cum urmează. Să arătăm că toate teoremele sistemului, considerate ca formule ale logicii propoziționale, sunt legi logice. Mai întâi, folosind tabele complete de adevăr, este uşor de văzut că axiomele A1-A4 sunt legi logice (exercițiu). Apoi demonstrăm că, dacă aplicăm cele trei reguli de deducție la legi logice, obținem numai legi logice. Cu alte cuvinte, demonstrăm următoarele:

- Dacă ($A \supset B$) este o lege logică şi *A* este o lege logică, atunci *B* este lege logică[16].
- Dacă *A* este o lege logică şi *B* este o formulă obținută prin înlocuirea întregii formule *A* sau a unei părți din formula *A* cu o expresie identică prin definiție (D1-D3), atunci *B* este lege logică[17].

[15] Vezi capitolul II, secțiunea 2.1.
[16] Vezi exercițiul 4.
[17] Vezi exercițiul 5.

➢ Dacă *A* este o lege logică în care apare variabila *v* şi *B* este o formulă obţinută din *A* prin înlocuirea tuturor apariţiilor variabilei *v* cu o formulă oarecare, atunci *B* este lege logică[18].

Acum, întrucât toate teoremele sistemului, considerate ca formule ale logicii propoziţionale, sunt legi logice, este clar că dacă o formulă *A* este teoremă, atunci formula *~A* nu este teoremă, deoarece *A* este lege logică şi, conform definiţiei negaţiei, *~A* ia valoarea *0* în orice interpretare a sa, deci este o formulă inconsistentă. Reciproc, dacă o formulă *~A* este teoremă, atunci formula *A* nu este teoremă deoarece *~A* este lege logică şi, conform definiţiei negaţiei, *A* ia valoarea *0* în orice interpretare a sa, deci este o formulă inconsistentă.

Pentru completitudine avem (cel puţin) următoarele definiţii:

C1. Un sistem este (sintactic) complet dacă şi numai dacă el devine (sintactic) contradictoriu prin adăugarea unei formule nedemonstrabile la axiomele sale (*completitudinea în sens restrâns*).

C2. Un sistem de calcul propoziţional este (semantic) complet dacă şi numai dacă orice lege a logicii propoziţionale este demonstrabilă (teoremă) în sistem (*completitudinea în sens larg*).

Sistemul expus aici este complet în sensul ambelor definiţii. În fine, acest sistem satisface şi proprietatea de independenţă a axiomelor, întrucât nici una dintre cele patru axiome nu poate fi demonstrată pe baza celorlalte trei axiome şi a regulilor de deducţie.

6.3. **Extinderi ale sistemelor deductive de calcul propoziţional clasic**

În interpretarea sa uzuală, sistemul deductiv expus în secţiunea anterioară poate fi considerat drept o modalitate sistematică de a obţine adevărurile logice care decurg pe baza expresiilor logice „nu este adevărat că”, „şi”, „sau”, „dacă …, atunci …” şi „dacă şi numai dacă” (luate verifuncţional)[19]. Acest sistem nu este, însă, complet în raport cu toate adevărurile logice. Cititorul atent şi-a dat seama că un sistem complet de logică trebuie să includă în plus cel puţin adevărurile logice care decurg pe

[18] Vezi capitolul V, exerciţiul 4.
[19] Vezi capitolul II, secţiunea 2.5.

baza expresiilor logice „orice" („toţi") şi „există cel puţin un" („unii") în logica predicatelor. Mai mult, se pot considera adevărurile logice care rezultă prin introducerea unor constante care simbolizează expresii logice, cum este „=" („este identic cu"), precum şi prin considerarea unor predicate specificate şi introducerea unor simboluri constante pentru a le reprezenta. În cele ce urmează, vom examina câteva astfel de extinderi.

6.3.1. *Calculul predicatelor (fără identitate)*

Extinderea axiomatizării logicii clasice pentru a include adevărurile logice care decurg pe baza expresiilor logice „orice" („toţi") şi „există cel puţin un" („unii") impune suplimentarea fiecăreia dintre cele cinci părţi ale bazei sistemului de calcul propoziţional. Astfel, la *Simboluri primitive* se adaugă simboluri pentru variabile individuale, *x*, *y*, *z*, …, simboluri pentru litere predicat sau variabile predicat, *F*, *G*, *H*, …, şi cel puţin una dintre constantele logice pentru cuantori, ∀ sau/şi ∃. *Regulile de formare* se suplimentează cu cel puţin două reguli referitoare la felul în care noile simboluri primitive pot fi combinate pentru a alcătui formule, după cum urmează: dacă *F* este simbolul unei variabile predicat de *n* locuri pentru variabile individuale ($n \geq 1$) şi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sunt simboluri pentru variabile individuale, atunci $Fx_1, x_2, \ldots, x_n$ este o formulă; dacă *Ax* este o formulă care conţine variabila liberă *x* atunci $\forall xAx$ şi $\exists xAx$ sunt formule. În cazul în care se alege drept simbol primitiv doar una dintre constantele logice pentru cuantori, atunci la *Definiţii* (*abrevieri*) se adaugă, în funcţie de constanta aleasă, definiţia $\exists xAx =_{df} \sim\forall x\sim Ax$ sau definiţia $\forall xAx =_{df} \sim\exists x\sim Ax$. Grupul de *Axiome* se suplimentează cu axiome care includ noile constante logice. De pildă, două axiome adecvate pentru obţinerea tuturor legilor logicii predicatelor (în sensul descris în capitolul V), sunt următoarele:

A5. $\forall xFx \supset Fy$
A6. $Fy \supset \exists xFx$

În fine, la *Reguli de deducţie* se adaugă reguli noi care trebuie să includă cel puţin reguli de substituţie în schemele cuantificate pentru cele trei categorii de variabile (propoziţionale, individuale şi predicative) şi reguli pentru adăugarea/eliminarea cuantorilor sau pentru schimbarea poziţiei cuantorilor.

S-a dovedit că sistemele deductive de felul descris aici sunt necontradictorii. În privința completitudinii, un astfel de sistem deductiv nu este complet în sens restrâns: s-a demonstrat că la axiomele sale se poate adăuga formula nedemonstrabilă $\exists xFx \supset \forall xFx$, fără ca sistemul să devină contradictoriu. Logicianul austriac Kurt Gödel (1906-1978) a demonstrat completitudinea în sens larg a calculului predicatelor: orice lege a logicii predicatelor este demonstrabilă în calculul predicatelor.

6.3.2. *Calculul predicatelor cu identitate*

Literele predicat cu care am lucrat până acum au fost tratate drept variabile (semne fără semnificație constantă). Calculul predicatelor poate fi extins prin introducerea unor predicate cu semnificație constantă. O astfel de extindere are loc prin introducerea ca simbol primitiv a constantei „=”, numită *identitate* sau *egalitate* şi citită „este identic cu” sau „este egal cu” şi a unor axiome în care apare această constantă.

Introducerea identității în logica predicatelor este cerută, între altele, pentru a putea explicita şi analiza structura unor propoziții care nu-şi găsesc traducerea adecvată în logica predicatelor fără identitate. Fie, de pildă, propoziția „Există un singur Dumnezeu”. Dacă am folosi un „cuantor numeric”, simbolizat, de pildă, prin $\exists!x$ şi citit „există un singur *x*”, atunci am putea reda această propoziție prin formula $\exists!xDx$, dar structura explicită a propoziției menționate este $\exists x\ (Dx\ \&\ \forall y\ (Dy \supset x = y))$. Apoi, fără identitate, logica predicatelor nu ar putea include adevăruri logice precum $\forall x \forall y\ ((Fx\ \&\ x = y) \supset Fy)$ („Pentru orice *x* şi pentru orice *y*, dacă *x* are proprietatea *F* şi *x* este identic cu *y*, atunci *y* are proprietatea *F*”).

Pentru a construi un calcul al predicatelor cu identitate (şi astfel pentru a introduce axiomatic noțiunea de identitate), la axiomele calculului predicatelor se adaugă aşa-numitele *axiome ale identității* (*ale egalității*), împreună cu funcții de indivizi, de exemplu *fx*, *gxy* etc. În funcție de alegerea axiomelor identității se obțin diferite sisteme (echivalente) de calcul al predicatelor cu identitate. Se pot alege, de pildă, următoarele două axiome:

A7. $\forall x\ (x = x)$
A8. $\forall x \forall y\ (x = y \supset (Fx \supset Fy))$

A7 poate fi interpretată ca enunțând că orice individ este identic cu sine, iar A8 poate fi interpretată ca enunțând că dacă doi indivizi oarecare

sunt identici (sunt unul şi acelaşi individ), atunci o proprietate care se aplică unuia dintre ei se aplică şi celuilalt. Aceste două enunţuri apar a fi adevăruri logice care decurg în virtutea înţelesului expresiei logice „este identic cu" şi sunt suficiente pentru a obţine toate celelalte enunţuri exprimabile în limbajul logicii predicatelor, care sunt adevărate în virtutea înţelesului identităţii.

6.3.3. *Sisteme deductive cu predicate specificate*

Într-un sens foarte larg, calculul logic clasic poate fi extins mai departe, luând predicate specificate, introducând simboluri constante pentru a le reprezenta şi adăugând drept axiome enunţuri care sunt adevărate în virtutea înţelesurilor predicatelor respective. În acest fel, de pildă, se poate dezvolta o logică a cauzalităţii, introducând un simbol constant primitiv, interpretat drept „… este cauză pentru …", şi adăugând drept axiome enunţuri selectate care sunt adevărate în virtutea înţelesului noului predicat. Se poate obţine un calcul al relaţiilor de rudenie, introducând simboluri constante primitive pentru „… este părinte al lui …", „… este bărbat" şi „… este femeie" şi definind apoi „… este copil al lui …", „… este fiu al lui …", „… este fiică a lui …", „… este bunic al lui …", „… este bunică a lui …", „… este frate cu …", „… este soră cu …", „… este văr(primar) cu …" etc. Axiomele pot fi alese în aşa fel încât să se demonstreze mulţimea teoremelor care reprezintă toate enunţurile adevărate în virtutea înţelesurilor acestor predicate, exprimabile în calculul predicatelor. Similar, se poate obţine un calcul logic al fizicii, care să producă toate enunţurile adevărate doar în virtutea înţelesurilor unor termeni ai fizicii, precum „masă", „timp", „distanţă", „forţă", „energie" etc. Orice sistem deductiv care organizează relaţiile logice dintre predicatele de tipurile menţionate reprezintă o modalitate de organizare a conceptelor noastre, care poate adânci înţelegerea subiectelor respective. Ar fi o greşeală, însă, să se înţeleagă că formularea unui astfel de sistem deductiv este o întreprindere facilă, căci mulţimea relaţiilor de luat în considerare în fiecare caz în parte cere o analiză foarte atentă şi chiar o „sensibilitate logică" deosebită.

Sistemele deductive pe care le-am menţionat în această subsecţiune au următoarea trăsătură în comun: se presupune că axiomele adăugate sunt adevărate în virtutea *înţelesurilor* noilor predicate, care sunt derivate din termeni non-logici (termeni care nu reprezintă constante logice în limbajul natural), şi nu pot fi respinse fără inconsistenţă. Din acest punct de vedere, aceste sisteme pot fi numite *sisteme analitice*. Prin contrast, s-au formulat *sisteme sintetice* sau *factuale*, ale căror axiome sunt adevărate în virtutea

stărilor de fapt la care se referă[20]. Legile ştiinţifice, generalizările şi teoriile ştiinţifice pot fi considerate axiome sau postulate de acest fel. Ca propoziţii sintetice, aceste postulate nu sunt acceptate exclusiv pe baza înţelesurilor lor şi pot fi negate în mod consistent. În cazul unei „logici a fizicii" ca sistem deductiv, dacă la un sistem deductiv de calcul logic suplimentat cu axiome adevărate în virtutea înţelesurilor unor termeni fizici ca „masă", „energie" etc. se adaugă postulate sintetice (e.g. legile mecanicii newtoniene sau principii ale mecanicii cuantice), atunci sistemul total rezultat nu mai este exclusiv o „logică", ci devine *fizică* sau *o parte a fizicii*. Postulatele sintetice sunt acceptate pe baza observaţiilor şi a experimentelor care tind să le confirme. Spre deosebire de axiomele al căror adevăr se bazează exclusiv pe înţelesurile termenilor non-logici pe care îi conţin, postulatele sintetice pot fi în principiu respinse pe baza unor noi dovezi experimentale, dar prin acceptarea lor ca postulate se pot deriva valid numeroase consecinţe sintetice. Dacă aceste consecinţe sunt contrazise de noi observaţii şi experimente, acestea reprezintă dovezi împotriva teoriei; dacă aceste consecinţe sunt confirmate de observaţii şi experimente ulterioare, acestea reprezintă dovezi în favoarea toriei[21] Multe teorii au fost respinse în istoria ştiinţei, dar chiar şi aceste respingeri s-au dovedit adesea utile, căci au sugerat genul de consecinţe pe care oamenii de ştiinţă au a le supune unor teste experimentale severe. Cu alte cuvinte, consecinţele de acest fel au capacitatea *euristică* de a sugera oamenilor de ştiinţă faptele semnificative care pot conduce la formularea unor teorii mai adecvate în domeniul investigat. Consideraţii similare pot fi făcute despre distincţia dintre o *logică* a termenilor normativi *obligatoriu*, *permis*, *interzis* şi *indiferent* şi postulatele sintetice care exprimă o *teorie* a moralei (o etică), cu diferenţa că temeiurile non-analitice de acceptare a unor astfel de postulate sunt de alt tip decât cele utilizate în ştiinţele empirice (factuale).

Încercarea de a construi un sistem deductiv al unui domeniu este o încercare de a reda explicit, riguros şi necontradictoriu relaţiile dintre baza unui calcul logic şi postulatele sintetice ale acelui domeniu. Capacitatea de a raţiona corect în legătură cu un anumit domeniu depinde de sesizarea riguroasă şi comprehensivă a relaţiilor de acest fel.

---

[20] În liniile sale generale, distincţia *adevăr/fals factual* - *adevăr/fals analitic* a fost descrisă în capitolul I, secţiunea 1.2.

[21] Vezi capitolul VIII, A*rgumente plauzibile*.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. Folosind baza şi teoremele demonstrate ale sistemului deductiv de calcul propoziţional expus în secţiunea 6.2, demonstraţi următoarele teoreme:

1. $(q \supset (p \supset q))$6. $(p \lor \sim\sim\sim p)$
2. $(q \supset (q \lor p))$7. $(\sim\sim p \supset p)$
3. $(\sim p \supset (p \supset q))$8. $((p \,\&\, q) \supset q)$
4. $(p \supset (p \,\&\, p))$9. $((p \supset q) \supset \sim(p \,\&\, \sim q))$
5. $(p \supset \sim\sim p)$10. $((s \supset r) \supset ((q \supset (p \supset s)) \supset (q \supset (p \supset r))))$

Indicaţii. 2: folosiţi A2, A3, T1; 3: folosiţi 2 de mai sus; 4: folosiţi A1, T7, R2 (D2); 6: folosiţi A4, 5 de mai sus, T5; 7: folosiţi A3, 6 de mai sus, R2 (D1); 8: folosiţi A2, T8, T1, T7, 7 de mai sus; 9: folosiţi T3, R1, 7 de mai sus, A4, T8.

2. Se dau ca axiome următoarele două formule:

1. $(p \supset (q \supset q))$
2. $((p \supset q) \supset ((p \supset (q \supset r)) \supset (p \supset r)))$

Folosind ca reguli doar R1 şi R3, demonstraţi teorema $(p \supset p)$

3. Se dau următoarele două formule:

1. $(p \supset ((p \supset q) \supset q))$
2. $((p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r)))$

Presupunând că aceste formule sunt teoreme, folosiţi-le împreună cu A1, A2, R1 şi R2 (D1) pentru a construi o demonstraţie a formulei $((p \supset (q \supset r)) \supset (q \supset (p \supset r)))$.

4. Demonstraţi că dacă $(A \supset B)$ este o lege logică şi A este o lege logică, atunci B este lege logică.

5. Demonstraţi că dacă A este o lege logică şi B este o formulă obţinută prin înlocuirea întregii formule A sau a unei părţi din formula A cu o expresie identică prin definiţie (D1-D3), atunci B este lege logică.

6. Să presupunem că următoarele trei formule, în care variabila predicat Rxy este interpretată ca *x este la dreapta lui y*, constituie baza axiomatică a unui sistem deductiv al relaţiei *este la dreapta lui*, care poate avea loc între oricare două perechi de puncte pe o dreaptă (infinită): A1. $\forall x \sim Rxx$; A2. $\forall x \forall y\, (Rxy \supset \sim Ryx)$; A3. $\forall x \forall y \forall z\, ((Rxy \,\&\, Ryz) \supset Rxz)$. Determinaţi care dintre următoarele enunţuri, dacă este adevărat, are o

implicație asupra (a) completitudinii sistemului, (b) necontradicției sistemului, (c) independenței unor axiome:

1. A2 implică logic A1.
2. A1, A2 şi A3 sunt adevărate doar despre orice mulțime de exact trei puncte de pe dreaptă.
3. $\forall x \exists y Ryx$ este falsă despre orice mulțime finită de puncte de pe dreaptă, dar este adevărată despre mulțimea (infinită a) tuturor punctelor de pe dreaptă.
4. Întrucât se poate ca A2 să fie adevărată şi A3 falsă (luând, de pildă, pe *Rxy* ca *este cu un centimetru la dreapta lui*) şi se poate ca A3 să fie adevărată şi A2 falsă (luând, de pildă, pe *Rxy* ca *este acelaşi cu*), nici una dintre axiomele A2 şi A3 nu implică logic pe cealaltă.

7. Fie *Pxy*, *Bx* şi *Fx*, respectiv, simboluri constante primitive pentru „… este părinte al lui …”, „… este bărbat” şi „… este femeie” într-un calcul al relațiilor de rudenie. (i) Definiți în limbajul logicii predicatelor următoarele: „… este copil al lui …”, „… este fiu al lui …”, „… este fiică a lui …”, „… este bunic al lui …”, „… este bunică a lui …”, „… este frate cu …”, „… este soră cu …”, „… este văr(primar) cu …”, „… este văr primar din partea mamei cu …”, „… este văr primar din partea tatălui cu…” şi „… este unchiul lui …”. (ii) Formulați trei axiome pentru acest calcul, legate de noțiunile de reflexivitate, simetrie şi tranzitivitate, şi pe baza acestora şi a definițiilor introduse demonstrați două teoreme interesante (non-banale).

VII. **EXTINDERI ŞI MODIFICĂRI ALE LOGICII PROPOZIȚIONALE CLASICE**

În ultima secțiune a capitolului anterior am considerat câteva extinderi ale sistemelor deductive de calcul propozițional clasic. În acest capitol vom prezenta câteva extinderi şi modificări ale logicii propoziționale clasice însăşi, bazate pe introducerea unor noi operatori propoziționali. Aceste extinderi au ca scop cuprinderea mai multor principii ale adevărului logic şi captarea formală a ideii de *legătură de conținut între premisele şi concluzia unui argument*. În capitolul următor vom prezenta pe larg o extindere foarte importantă a logicii clasice în direcția analizei unor argumente des întâlnite în practica argumentării: argumentele plauzibile.

7.1. **Negația contrară şi negația subcontrară**

În această subsecțiune se definesc doi operatori propoziționali (neverifuncționali), *negația contrară* şi *negația subcontrară*, se expun principalele proprietăți ale acestor operatori şi relațiile lor cu negația clasică şi se ilustrează utilizarea operatorilor nou introduşi în soluționarea unor probleme privind validitatea formală a argumentelor în logica propozițională[1].

7.1.1. *Negația în logica clasică*

După cum ştim, condițiile semantice ale negației clasice, pe care am notat-o cu „~", sunt următoarele:

~A ia valoarea 1 dacă şi numai dacă A ia valoarea 0;
~A ia valoarea 0 dacă şi numai dacă formula A ia valoarea 1.

---

[1] Dumitru Gheorghiu, *Negația contrară şi negația subcontrară*, în „Analele Universității Bucureşti", seria Filozofie, 1997.

Conform acestor condiţii semantice, în aceeaşi interpretare[2], o formulă *A* şi negaţia sa clasică *~A* nu iau împreună nici valoarea *1* şi nici valoarea *0*. Ca atare, negaţia clasică poate fi definită prin următorul tabel de adevăr:

A	*~A*
1	*0*
0	*1*

Ştim, de asemenea, că *două propoziţii sunt reciproc contradictorii dacă şi numai dacă ele nu pot fi împreună adevărate şi nici împreună false*, de unde rezultă următoarele condiţii semantice ale contradictoriei unei propoziţii: *contradictoria Q a unei propoziţii P este adevărată dacă şi numai dacă propoziţia P este falsă şi este falsă dacă şi numai dacă propoziţia P este adevărată*. Aceste condiţii semantice sunt analoage structural condiţiilor semantice ale negaţiei unei formule. Pe baza acestei analogii structurale, vom spune că negaţia în logica propoziţională clasică este un operator care formează contradictoria unei formule, pe scurt, *un operator al contradicţiei* sau, altfel spus, *o negaţie contradictorie*, aceasta fiind proprietatea sa fundamentală.

Este de remarcat că dacă pentru o propoziţie putem găsi mai mult decât o contradictorie, atunci contradictoriile respective sunt echivalente logic. De pildă, propoziţia „Îmi plac întotdeauna florile" are drept contradictorii echivalente propoziţiile „Uneori nu îmi plac florile" şi „Nu îmi plac întotdeauna florile".

Caracterizarea negaţiei clasice ca operator al contradicţiei se poate justifica şi pe baza altei analogii structurale. În logica clasică, o formulă este lege logică („logic adevărată") dacă şi numai dacă ia valoarea *1* în orice interpretare a sa şi este inconsistentă („logic falsă") dacă şi numai dacă ia valoarea *0* în orice interpretare a sa. Conform condiţiilor semantice ale negaţiei clasice, precum şi ale operatorilor clasici & („conjuncţie") şi ∨ („disjuncţie"), în logica clasică următoarele formule sunt legi logice („logic adevărate"):

(1) $\sim(p \,\&\, \sim p)$

(2) $p \vee \sim p$

[2] Pentru noţiunea de *interpretare* a unei formule în logica propoziţională revedeţi capitolul II, secţiunea 2.2. De asemenea, pentru cele ce urmează este utilă revederea secţiunii 2.3, *Relaţii logice între propoziţii*.

Tot aşa, formula p & $\sim p$ este inconsistentă („logic falsă”). Pe de altă parte, conform condițiilor semantice ale contradictoriei Q a unei propoziții P, P & Q este cu necesitate falsă („logic falsă”), iar $P \vee Q$ este cu necesitate adevărată („logic adevărată”). În plus, relația de contradicție reciprocă este verifuncțională, întrucât valoarea logică a contradictoriei Q a unei propoziții P depinde exclusiv de valoarea logică a propoziției P, iar negația clasică este un operator verifuncțional, valoarea logică a unei formule $\sim A$ depinzând exclusiv de valoarea logică a formulei A.

În limbajul logicii propoziționale, proprietățile unui operator propozițional sunt exprimate de legile logice în care apare acel operator. Formulele (1) şi (2) sunt legile logice care exprimă proprietatea fundamentală a negației clasice în limbajul logicii propoziționale. Astfel, formula (1), numită „legea necontradicției”, arată că în aceeaşi interpretare, p şi $\sim p$ nu iau împreună valoarea *1*. Conform formulei (2), numită „legea terțului exclus”, în aceeaşi interpretare, p ia valoarea *1* sau $\sim p$ ia valoarea *1*, a treia posibilitate fiind exclusă. Întrucât posibilitatea ca p şi $\sim p$ să aibă împreună valoarea *1* în aceeaşi interpretare este exclusă de legea necontradicției, rezultă că, potrivit legii terțului exclus, în aceeaşi interpretare, p şi $\sim p$ nu iau împreună valoarea *0*. Prezența celor două formule ca teoreme într-un sistem deductiv de calcul propozițional este indiciul că acel sistem oferă o tratare adecvată a negației ca operator al contradicției. Este de remarcat că formulele (1) şi (2), ca legi logice care exprimă proprietatea fundamentală a negației clasice la nivelul limbajului logicii propoziționale, îşi au locul în rubrica „legilor negației”, alături de „legile dublei negații”:

(3) $\sim\sim p \supset p$
(4) $p \supset \sim\sim p$
(5) $\sim\sim p \equiv p$

Aici este locul să evidențiem o altă analogie structurală între negația clasică şi contradictoria unei propoziții: conform legii (5), negația clasică a negației clasice a lui p este echivalentă logic cu p; pe de altă parte, contradictoria contradictoriei unei propoziții este echivalentă logic cu propoziția respectivă (exercițiu).

7.1.2. *Negația contrară*

Ştim că *două propoziții sunt reciproc contrare dacă şi numai dacă ele nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false*, de unde rezultă următoarele condiții semantice ale contrarei unei propoziții: *contrara Q a unei propoziții P este falsă, dacă propoziția P este adevărată, iar dacă propoziția P este falsă, atunci Q poate fi sau adevărată, sau falsă, în funcție de starea de fapt la care se referă.*

De notat că pentru unele propoziții putem găsi mai multe contrare neechivalente logic. De pildă, propoziția „Dan este mai vârstnic decât Mihai" are drept contrare neechivalente propozițiile „Dan este mai tânăr decât Mihai" şi „Dan şi Mihai au aceeaşi vârstă". După cum reiese şi din acest exemplu, dacă pentru o propoziție putem găsi mai mult de o singură contrară, atunci contrarele respective sunt, la rândul lor, reciproc contrare.

Prin analogie structurală cu condițiile semantice ale contrarei unei propoziții, introducem un operator, numit *negație contrară* şi notat cu „⌉", ale cărui condiții semantice sunt următoarele:

Dacă A ia valoarea 1, atunci ⌉A ia valoarea 0;
Dacă A ia valoarea 0, atunci ⌉A ia valoarea 1 sau valoarea 0.

Conform acestor două condiții semantice, în aceeaşi interpretare, o formulă *A* şi negația sa contrară ⌉*A* nu iau împreună valoarea *1*, dar pot lua împreună valoarea *0*. Negația contrară poate fi definită şi printr-un tabel, construit după cum urmează: dacă lui *A* i s-a atribuit valoarea *1*, atunci lui ⌉*A* i se atribuie valoarea *0*, iar dacă lui *A* i s-a atribuit valoarea *0*, atunci sub ⌉*A* se bifurcă (pe orizontală) rândul respectiv şi într-o parte lui ⌉*A* i se atribuie valoarea *1*, iar în cealaltă parte i se atribuie valoarea *0*[3]. Obținem astfel următorul tabel pentru negația contrară:

A	⌉*A*
1	*0*
0	*1*
	0

[3] Subliniem că apariția unei bifurcații înseamnă că lui □*A* i se poate atribui valoarea *1* sau valoarea *0*, iar nu că i se atribuie ambele valori.

Din acest tabel reiese şi că dacă $\rceil A$ ia valoarea *1*, atunci *A* ia valoarea *0*, iar dacă $\rceil A$ ia valoarea *0*, atunci *A* poate lua valoarea *1* sau valoarea *0*.

Conform condiţiilor semantice ale unei contrare *Q* a unei propoziţii *P*, $P \,\&\, Q$ este cu necesitate falsă („logic falsă"), în timp ce $P \vee Q$ nu este cu necesitate adevărată (nu este „logic adevărată"), întrucât *P* şi *Q* pot fi împreună false. Pentru a constata ce statut logic au formulele corespunzătoare, respectiv $p \,\&\, \rceil p$ şi $p \vee \rceil p$, vom construi un tabel în care vom calcula valorile logice ale celor două formule (ţinând cont de bifurcaţie) şi vom adăuga o coloană pentru formula $\sim(p \,\&\, \rceil p)$:

p	$\rceil p$	$p \vee \rceil p$	$p \,\&\, \rceil p$	$\sim(p \,\&\, \rceil p)$
1	*0*	*1*	*0*	*1*
0	*1*	*1*	*0*	*1*
	0	*0*	*0*	*1*

După cum reiese din acest tabel, formula $p \,\&\, \rceil p$ este inconsistentă („logic falsă"), formula

(6) $\sim(p \,\&\, \rceil p)$

fiind lege logică („logic adevărată"), în timp ce formula $p \vee \rceil p$ nu este lege logică (fără a fi inconsistentă), ceea ce arată încă odată că $\rceil p$ poate fi caracterizată ca negaţie contrară a lui *p*. Formula (6) redă proprietatea fundamentală a negaţiei contrare la nivelul limbajului simbolic: în aceeaşi interpretare, *p* şi $\rceil p$ nu iau împreună valoarea *1*. Pe de altă parte, faptul că $p \vee \rceil p$ nu este lege logică arată, la nivelul limbajului simbolic, că *p* şi $\rceil p$ pot lua valoarea *0* în aceeaşi interpretare. În plus, relaţia de contrarietate reciprocă nu este verifuncţională, deoarece valoarea logică a unei contrare *Q* a unei propoziţii *P* nu depinde exclusiv de valoarea logică a propoziţiei *P*, iar negaţia contrară nu este un operator verifuncţional, întrucât valoarea logică a unei formule $\rceil A$ nu depinde exclusiv de valoarea logică a formulei *A*.

7.1.3. *Negaţia subcontrară*

În al treilea rând, ştim că *două propoziţii sunt reciproc subcontrare dacă şi numai dacă ele nu pot fi împreună false, dar pot fi împreună adevărate*, de unde rezultă următoarele condiţii semantice ale subcontrarei unei propoziţii: *subcontrara Q a unei propoziţii P este adevărată, dacă*

propoziția P este falsă, iar dacă propoziția P este adevărată, atunci Q poate fi sau adevărată, sau falsă, în funcție de starea de fapt la care se referă.

Şi aici, să notăm că pentru unele propoziții putem găsi mai multe subcontrare neechivalente logic. De pildă, propoziția „Dan are cel mult vârsta lui Mihai” are drept subcontrare neechivalente logic propozițiile „Dan are cel puțin vârsta lui Mihai” şi „Dan şi Mihai au vârste diferite”. După cum reiese şi din acest exemplu, dacă pentru o propoziție putem găsi mai mult de o singură subcontrară, atunci subcontrarele respective sunt, la rândul lor, reciproc subcontrare.

Prin analogie structurală cu condițiile semantice ale subcontrarei unei propoziții, introducem un operator, numit *negație subcontrară* şi notat cu „$\lrcorner$”, ale cărui condiții semantice sunt următoarele:

Dacă A ia valoarea 0, atunci $\lrcorner A$ ia valoarea 1;
Dacă A ia valoarea 1, atunci $\lrcorner A$ ia valoarea 1 sau valoarea 0.

Conform acestor două condiții semantice, în aceeaşi interpretare, o formulă *A* şi negația sa subcontrară $\lrcorner A$ nu iau împreună valoarea *0*, dar pot lua împreună valoarea *1*. Negația subcontrară poate fi definită şi printr-un tabel, construit după cum urmează: dacă lui *A* i s-a atribuit valoarea *0*, atunci lui $\lrcorner A$ i se atribuie valoarea *1*, iar dacă lui *A* i s-a atribuit valoarea *1*, atunci sub $\lrcorner A$ se bifurcă (pe orizontală) rândul respectiv şi într-o parte lui $\lrcorner A$ i se atribuie valoarea *1*, iar în cealaltă parte i se atribuie valoarea *0*[4]. Obținem astfel următorul tabel pentru negația subcontrară:

A	$\lrcorner A$
1	*1*
	0
0	*1*

Din acest tabel reiese şi că dacă $\lrcorner A$ ia valoarea *0*, atunci *A* ia valoarea *1*, iar dacă $\lrcorner A$ ia valoarea *1*, atunci *A* ia valoarea *1* sau valoarea *0*.

Conform condițiilor semantice ale unei subcontrare *Q* a unei propoziții *P*, *P* & *Q* nu este cu necesitate falsă (nu este „logic falsă”), întrucât *P* şi *Q* pot fi împreună adevărate, în timp ce $P \vee Q$ este cu necesitate adevărată (este

---

[4] Subliniem şi aici că apariția unei bifurcații înseamnă că lui $\lrcorner A$ i se poate atribui valoarea *1* sau valoarea *0*, iar nu că i se atribuie ambele valori.

„logic adevărată”). Pentru a constata ce statut logic au formulele corespunzătoare, respectiv $p\ \&\ \rfloor p$ şi $p \vee \rfloor p$, vom construi un tabel cu bifurcaţia corespunzătoare:

p	$\rfloor p$	$p\ \&\ \rfloor p$	$p \vee \rfloor p$
1	*1*	*1*	*1*
	0	*0*	*1*
0	*1*	*0*	*1*

După cum reiese din acest tabel, formula $p\ \&\ \rfloor p$ nu este inconsistentă (nu este „logic falsă”), în timp ce formula

(7) $p \vee \rfloor p$

este lege logică („logic adevărată”), ceea ce justifică încă odată caracterizarea lui $\rfloor p$ ca negaţie subcontrară a lui *p*. Formula (7) redă proprietatea fundamentală a negaţiei subcontrare la nivelul limbajului simbolic: în aceeaşi interpretare, *p* şi $\rfloor p$ nu iau împreună valoarea *0*. Pe de altă parte, faptul că $p\ \&\ \rfloor p$ nu este inconsistentă arată, la nivelul limbajului simbolic, că *p* şi $\rfloor p$ pot lua valoarea *1* în aceeaşi interpretare. Să notăm şi aici că relaţia de subcontrarietate reciprocă nu este verifuncţională, deoarece valoarea logică a unei subcontrare *Q* a unei propoziţii *P* nu depinde exclusiv de valoarea logică a propoziţiei *P*, iar negaţia subcontrară nu este un operator verifuncţional, întrucât valoarea logică a unei formule $\rfloor A$ nu depinde exclusiv de valoarea logică a formulei *A*.

7.1.4. *Compararea operatorilor* ~, $\rceil$ *şi* $\rfloor$

Relaţiile formale dintre cele trei tipuri de negaţie sunt prezentate în următorul tabel:

p	$\rceil p$	$\sim p$	$\rfloor p$	$\rceil p \supset \sim p$	$\sim p \supset \rfloor p$	$\rceil p \supset \rfloor p$
1	*0*	*0*	*1*	*1*	*1*	*1*
			0		*1*	*1*
0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*
	0			*1*		*1*

După cum reiese din acest tabel, următoarele formule sunt legi logice (sub fiecare formulă am menţionat relaţia interpropoziţională cu care formula respectivă este analoagă structural):

(8) $\rceil p \supset \sim p$

(*o contrară a unei propoziţii implică logic contradictoria acelei propoziţii*)

(9) $\sim p \supset \lrcorner p$

(*contradictoria unei propoziţii implică logic o subcontrară a acelei propoziţii*)

(10) $\rceil p \supset \lrcorner p$

(*o contrară a unei propoziţii implică logic o subcontrară a acelei propoziţii*).

Cititorul poate verifica fiecare dintre relaţiile interpropoziţionale menţionate; de asemenea, se poate constata că nici una dintre reciprocele formulelor (8), (9) şi (10) nu este lege logică[5].

Fie A şi B două formule oarecare. Dacă $A \supset B$ este lege logică, dar $B \supset A$ nu este lege logică (A implică logic B, dar B nu implică logic A), vom spune că *A este mai tare ca B* şi, reciproc, că *B este mai slabă ca A*. Legile logice (8), (9) şi (10) arată că, între cele trei tipuri de negaţie, negaţia contrară este cea mai tare, iar negaţia subcontrară este cea mai slabă.

De notat că, dincolo de aspectul formal, interpretarea formulei (10) este relativă la posibilitatea de a găsi o contrară şi o subcontrară ale aceleiaşi propoziţii. Cu toate acestea, formula (10), ca şi formulele (8) şi (9), se va dovedi utilă în evidenţierea altor proprietăţi ale negaţiei contrare şi a celei subcontrare.

În continuare vom evidenţia unele proprietăţi argumentative formale ale negaţiei contrare şi a celei subcontrare, luând ca reper negaţia contradictorie. Astfel, în lista următoare sunt prezentate câteva forme de argumente valide, în care apare negaţia contradictorie:

(11) $\dfrac{p \supset q, \sim q}{\sim p}$ (13) $\dfrac{p \supset q, p \supset \sim q}{\sim p}$

(12) $\dfrac{p \vee q, \sim p}{q}$ (14) $\dfrac{p \,\&\, \sim p}{q}$

Fie v o variabilă propoziţională oarecare, $A[\sim v]$ o formulă în care apare $\sim v$, $A[\rceil v]$ o formulă obţinută din $A[\sim v]$ prin înlocuirea tuturor apariţiilor lui

[5] Vezi exerciţiul 1.

$\sim v$ cu $\rceil v$ şi $A[\rfloor v]$ o formulă obţinută din $A[\sim v]$ prin înlocuirea tuturor apariţiilor lui $\sim v$ cu $\rfloor v$. Înţelegând prin „întărirea unei forme de premisă” înlocuirea unei forme de premisă $A[\sim v]$ cu forma de premisă $A[\rceil v]$ şi prin „atenuarea unei forme de concluzie” înlocuirea unei forme de concluzie $A[\sim v]$ cu forma de concluzie $A[\rfloor v]$ şi aplicând principiul *întărirea unei forme de premisă sau atenuarea unei forme de concluzie păstrează validitatea*, obţinem următoarele forme de argumente valide:

(15) $\dfrac{p \supset q,\ \rceil q}{\sim p}$ (19) $\dfrac{p \supset q, \sim q}{\rfloor p}$

(16) $\dfrac{p \vee q,\ \rceil p}{q}$ (20) $\dfrac{p \supset q, p \supset \sim q}{\rfloor p}$

(17) $\dfrac{p \supset q, p \supset \rceil q}{\sim p}$ (21) $\dfrac{p \supset q,\ \rceil q}{\rfloor p}$

(18) $\dfrac{p\ \&\ \rceil p}{q}$ (22) $\dfrac{p \supset q, p \supset \rceil q}{\rfloor p}$

Formele (15)-(18) au fost obţinute, respectiv, din (11)-(14) prin întărirea unei forme de premisă[6], formele (19) şi (20) au fost obţinute, respectiv, din (11) şi (13) prin atenuarea formei concluziei, iar schemele (21) şi (22) au fost obţinute, respectiv, din (11) şi (13) prin întărirea unei forme de premisă şi atenuarea formei concluziei.

Validitatea argumentelor de formele (15)-(22) se poate verifica cu ajutorul tabelelor cu bifurcaţii. Pentru aceasta, amintim că din definiţia validităţii şi cea a implicaţiei logice rezultă că *un argument deductiv este valid dacă şi numai dacă mulţimea premiselor sale implică logic concluzia sa*[7]. Apoi, se demonstrează că *un argument de forma „*$A_1, \ldots, A_n$*, deci B” este valid dacă şi numai dacă formula* $(A_1\ \&\ \ldots\ \&\ A_n) \supset B$ *este lege (implicaţie) logică*[8]. Ca atare, pentru a verifica validitatea unui argument de forma

---

[6] În legătură cu formele (17) şi (18) se poate constata, folosind tabele cu bifurcaţii, că atât $(p \supset \rceil q) \supset (p \supset \sim q)$, cât şi $(p\ \&\ \rceil p) \supset (p\ \&\ \sim p)$ sunt legi logice (vezi exerciţiul 1), ceea ce arată că, în fiecare caz, este vorba de întărirea unei forme de premisă.

[7] Vezi capitolul II, secţiunea 2.3.

[8] Vezi exerciţiul 2.

„A_1, …, A_n, deci *B*”, construim formula (A_1 & … & A_n) ⊃ *B* şi verificăm dacă această formulă este o lege logică. Iată un exemplu pentru forma de argument (15):

$p\ q$	$p \supset q$	$\urcorner q$	$(p \supset q)\ \&\ \urcorner q$	$\sim p$	$((p \supset q)\ \&\ \urcorner q) \supset \sim p$
1 1	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*
1 0	*0*	*1*	*0*	*0*	*1*
		0	*0*		*1*
0 1	*1*	*0*	*0*	*1*	*1*
0 0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*
		0	*0*		*1*

7.1.5. *Aplicaţii*

Vom examina în acest paragraf trei exemple care ilustrează faptul că mijloacele obişnuite ale logicii propoziţionale clasice sunt insuficiente pentru a formaliza şi evalua satisfăcător unele argumente cu propoziţii compuse. Să considerăm următorul argument:

(i) *Dacă ai înţeles bine lecţia, atunci exerciţiile ţi se par uşoare. Exerciţiile ţi se par grele. Deci nu ai înţeles bine lecţia.*

Stabilind lista de corespondenţe *p – ai înţeles bine lecţia*, *q – exerciţiile ţi se par uşoare*, *~p – nu ai înţeles bine lecţia*, *~q – exerciţiile ţi se par grele*, un „candidat” la formalizarea argumentului (i) este:

(ii) $\underline{p \supset q, \sim q}$

$\sim p$

(ii) este o formă de argument valid. Cu toate acestea, aplicând condiţia de adecvare a formalizării[9], nu putem infera de la rezultatul obţinut pe baza formei (ii) la validitatea argumentului (i). Conform corespondenţelor stabilite, argumentul recuperat din (ii) este:

(iii) *Dacă ai înţeles bine lecţia, atunci exerciţiile ţi se par uşoare. Exerciţiile nu ţi se par uşoare. Deci nu ai înţeles bine lecţia.*

[9] Vezi capitolul II, secţiunile 2.4 şi 2.6.

După cum se poate constata, în locul premisei „Exercițiile ți se par grele” din argumentul (i), în (iii) a apărut premisa „Exercițiile nu ți se par uşoare”, or se poate ca o persoană să nu găsească exercițiile ca fiind uşoare şi totuşi să nu le aprecieze ca fiind grele, ci, să zicem, ca fiind de dificultate medie. Prin urmare, întrucât (iii) nu spune acelaşi lucru cu (i), formalizarea lui (i) prin (ii) nu este adecvată.

Să considerăm acum corespondențele *p – ai înțeles bine lecția*, *q – exercițiile ți se par uşoare*, *~p – nu ai înțeles bine lecția*, *r – exercițiile ți se par grele*. Conform acestor corespondențe, un al doilea „candidat” la formalizarea argumentului (i) este:

(iv) $\dfrac{p \supset q,\ r}{\sim p}$

Se poate constata uşor că formalizarea argumentului (i) prin (iv) este adecvată. Totuşi, (iv) este o formă de argument nevalid (exercițiu), în timp ce (i) este un argument intuitiv valid. Ca atare, deşi nici una dintre cele două formalizări nu este pe deplin satisfăcătoare, cea de-a doua formalizare apare ca fiind „mai puțin bună” decât prima.

În forma (iv), propozițiile „Exercițiile ți se par uşoare” şi „Exercițiile ți se par grele” au fost luate ca fiind independente logic, or nu acesta este cazul. Pe de altă parte, inadecvarea primei formalizări a apărut datorită faptului că premisa „Exercițiile ți se par grele” a fost redată prin *~q*, fiind astfel luată drept contradictoria propoziției „Exercițiile ți se par uşoare”, redată prin *q*, or nici acesta nu este cazul. Cele două propoziții nu pot fi împreună adevărate, dar pot fi împreună false (în cazul în care persoana în chestiune apreciază că exercițiile respective sunt de dificultate medie), deci propoziția „Exercițiile ți se par grele” este contrara propoziției „Exercițiile ți se par uşoare”, iar nu contradictoria sa. Astfel, vom considera următoarea listă de corespondențe: *p – ai înțeles bine lecția*, *q – exercițiile ți se par uşoare*, *~p – nu ai înțeles bine lecția*, *⌉q – exercițiile ți se par grele*. Conform acestor corespondențe, un al treilea „candidat” la formalizarea argumentului (i), care nu ar putea fi obținut cu mijloacele obişnuite ale logicii clasice, este:

(v) $\dfrac{p \supset q,\ \rceil q}{\sim p}$

După cum am arătat în subsecțiunea anterioară, (v) este o formă de argument valid şi se poate constata uşor că formalizarea care a condus la forma (v) este adecvată.

Fie acum următorul argument:

(vi) *Dacă matematica ți se pare uşoară, atunci logica ți se pare uşoară. Logica nu ți se pare uşoară. Deci matematica ți se pare grea.*

Propoziția „Matematica ți se pare grea" este o contrară a propoziției „Matematica ți se pare uşoară"; ca atare, stabilim următoarea listă de corespondențe: *p – matematica ți se pare uşoară*, *q – logica ți se pare uşoară*, $\rceil p$ *– matematica ți se pare grea*, *~q – logica nu ți se pare uşoară*. Conform acestor corespondențe, argumentul (vi) este formalizat prin:

(vii) $\dfrac{p \supset q, \sim q}{\rceil p}$

Folosind procedeul expus în subsecțiunea anterioară, se poate constata că (vii) este o formă de argument nevalid. Întrucât formalizarea argumentului (vi) prin (vii) este adecvată, putem conchide că (vi) este un argument nevalid. De notat că dacă am fi pus *~p* pentru „Matematica ți se pare grea", luând această propoziție drept contradictoria propoziției „Matematica ți se pare uşoară", restul rămânând neschimbat, am fi obținut din nou forma de argument valid (ii), dar printr-o formalizare inadecvată.

Verificarea validității următorului argument face apel la negația subcontrară:

(viii) *Dacă Mihai are cel puțin 1,80 m înălțime, atunci va fi primit în echipa de baschet a facultății. Mihai nu are cel mult 1,80 m înălțime. Deci Mihai va fi primit în echipa de baschet a facultății.*

Propoziția „Mihai are cel puțin 1,80 m înălțime" este o subcontrară a propoziției „Mihai are cel mult 1,80 m înălțime". Ca atare, stabilim următoarele corespondențe: *p – Mihai are cel mult 1.80 m înălțime*, $\rfloor p$ *– Mihai are cel puțin 1,80 m înălțime*, *~p – Mihai nu are cel mult 1,80 m înălțime*, *q – Mihai va fi primit în echipa de baschet a facultății*. Conform acestor corespondențe, obținem următoarea formă de argument:

(ix) $\dfrac{\rfloor p \supset q, \sim p}{q}$

Folosind un tabel cu bifurcații, se poate constata că (ix) este o formă de argument valid. Întrucât formalizarea prin care a fost obținută (ix) este adecvată, conchidem că argumentul (viii) este valid.

7.2. **O logică propozițională relevantă**

Scopul principal al lucrării de față este analiza şi evaluarea argumentelor cu ajutorul teoriilor logicii. Fiecare dintre aceste teorii furnizează un *model* (în sensul teoriei modelelor) al felului în care operăm cu propoziții de diferite tipuri în discursul obişnuit sau în cel ştiințific. Or, pe de o parte, un model trebuie să fie suficient de diferit de obiectul modelat, pentru ca modelul să poată fi investigat prin metode care nu pot fi aplicate, cel puțin nu direct, asupra obiectului modelat (ce ne-am face, de pildă, cu o „hartă” care s-ar suprapune „perfect” peste teritoriul cartografiat?), iar, pe de altă parte, un model trebuie să fie suficient de asemănător cu obiectul modelat, pentru ca rezultatele obținute prin investigarea modelului să fie semnificative în raport cu obiectul modelat (o hartă trebuie să semene suficient de mult cu terenul cartografiat, pentru a permite orientarea în teren, aprecierea corectă a distanțelor, etc.). Ca atare, pentru unul şi acelaşi obiect putem avea mai multe modele care să dea seama de aspecte diferite ale obiectului respectiv, fiecare dintre ele fiind inevitabil „mai sărac” decât obiectul modelat[10].

Logica propozițională clasică **(LPC)** reprezintă un model care dă seama de multe aspecte ale felului în care argumentăm şi raționăm cu ajutorul propozițiilor de formele „nu este adevărat că …”, „… şi …”, „… sau …”, „dacă …, atunci …” şi „… dacă şi numai dacă …”. Există, însă, un aspect în raport cu care **LPC** este defectivă: tratarea formală a ideii de *legătură de conținut între premisele şi concluzia unui argument*. În bună parte, acest „defect” este legat de felul în care sunt definiți operatorii $\supset$ şi $\vee$ în **LPC**. Să explicăm.

După cum ştim, în **LPC**, o formulă $A \supset B$ ia valoarea *0* în cazul în care A („antecedentul”) ia valoarea *1* şi B („consecventul”) ia valoarea *0*, iar în restul cazurilor $A \supset B$ ia valoarea *1*. Ca atare, atribuirea valorii *1* unei formule

[10] Vezi Solomon Marcus, *Aspecte matematice în studiul limbajului*, în *Limbaj, logică, filosofie*, Editura ştiințifică, Bucureşti, 1968 şi Solomon Marcus, *De la propoziție la text*, în *Semantică şi semiotică*, Editura ştiințifică şi enciclopedică, Bucureşti, 1981.

B într-o interpretare este suficientă pentru atribuirea valorii *1* formulei $A \supset B$ în acea interpretare, iar atribuirea valorii *0* unei formule A într-o interpretare este suficientă pentru atribuirea valorii *1* formulei $A \supset B$ în acea interpretare. Ştim, de asemenea, că operatorul $\supset$ este utilizat pentru formalizarea propoziţiilor compuse de forma „dacă …, atunci …”, în care verbele din propoziţiile componente sunt la modul indicativ, cu excepţia indicativului imperfect, numite „condiţionali indicativi”[11]. În legătură cu această utilizare, se apreciază că felul în care este definit operatorul $\supset$ se îndepărtează destul de mult de felul în care funcţionează expresia „dacă …, atunci …” în condiţionalii indicativi. Să considerăm, de pildă, următorul condiţional indicativ cu consecvent adevărat:

(i) *Dacă peştii dorm noaptea, atunci gheaţa pluteşte pe apă.*

Punând în corespondenţă variabila p cu propoziţia „Peştii dorm noaptea”, variabila q cu propoziţia „Gheaţa pluteşte pe apă” şi operatorul $\supset$ cu expresia „dacă …, atunci …”, propoziţia (i) se formalizează prin formula $p \supset q$. Această formulă ia valoarea *1* în interpretările în care q ia valoarea *0*, în timp ce considerarea ca adevărată a propoziţiei (i) pe temeiul adevărului propoziţiei „Gheaţa pluteşte pe apă” apare ca fiind cel puţin discutabilă, întrucât între propoziţiile componente din (i) nu există nici o legătură de conţinut. De asemenea, să considerăm următorul condiţional indicativ cu antecedent fals:

(ii) *Dacă gheaţa se scufundă în apă, atunci peştii dorm noaptea.*

Stabilind corespondenţele de rigoare, şi propoziţia (ii) se formalizează prin $p \supset q$. Această formulă ia valoarea *1* în interpretările în care p ia valoarea *0*, în timp ce considerarea ca adevărată a propoziţiei (ii) pe temeiul falsităţii antecedentului apare ca fiind cel puţin discutabilă, tot datorită lipsei legăturii de conţinut dintre antecedent şi consecvent.

Cele două trăsături ale operatorului $\supset$, care conduc la rezultate de felul celor ilustrate mai sus, sunt redate în limbajul **LPC**, respectiv, prin următoarele legi logice:

(1) $q \supset (p \supset q)$
(2) $\sim p \supset (p \supset q)$

---

[11] Revedeţi capitolul II, subsecţiunea 2.5.4.

Considerând că p şi q corespund unor propoziţii oarecare, legea (1) asertează că dacă q este o propoziţie adevărată, atunci propoziţia de forma „Dacă p, atunci q” este adevărată, iar legea (2) asertează că dacă p este o propoziţie falsă, atunci propoziţia de forma „Dacă p, atunci q” este adevărată. Corespunzător acestor două legi logice, în **LPC** avem următoarele forme de argumente valide:

(3) $\dfrac{q}{p \supset q}$ (4) $\dfrac{\sim p}{p \supset q}$

Astfel, argumentele „Gheaţa pluteşte pe apă. Prin urmare, dacă peştii dorm noaptea, atunci gheaţa pluteşte pe apă” şi „Gheaţa nu se scufundă în apă. Prin urmare, dacă gheaţa se scufundă în apă, atunci peştii dorm noaptea” sunt valide în **LPC**. În fiecare dintre aceste două argumente, întrucât premisa este adevărată, concluzia este de asemenea adevărată, cu toate că densităţile relative ale gheţii şi apei nu au nici o legătură cu activitatea nocturnă a peştilor.

Ştim că în **LPC** o formulă $A \vee B$ ia valoarea *1* atât în cazul în care una dintre componentele sale – A, B – ia valoarea *1*, cât şi în cazul în care ambele componente iau valoarea *1* (adevărul uneia dintre componente nu exclude adevărul celeilalte). Ştim, de asemenea, că operatorul $\vee$ este folosit pentru formalizarea propoziţiilor compuse de forma „… sau …”, în care „sau” este utilizat în sens neexclusiv, ca în „Rezervorul de benzină era gol sau bateria era descărcată”[12]. Să considerăm următoarea propoziţie:

(iii) *Gheaţa pluteşte pe apă sau peştii dorm noaptea.*

Punând în corespondenţă propoziţia „Gheaţa pluteşte pe apă” cu variabila p, propoziţia „Peştii dorm noaptea” cu variabila q şi operatorul $\vee$ cu expresia „sau”, propoziţia (i) se formalizează prin formula $p \vee q$. Această formulă ia valoarea *1* în interpretările în care p ia valoarea *1*, în timp ce considerarea ca adevărată a propoziţiei (i) pe temeiul adevărului propoziţiei „Gheaţa pluteşte pe apă” apare ca fiind cel puţin discutabilă, întrucât între propoziţiile componente din (i) nu există nici o legătură de conţinut.

În **LPC**, următoarea formulă este lege logică:

(5) $p \supset (p \vee q)$

---

[12] Revedeţi capitolul II, subsecţiunea 2.5.3.

Considerând că p şi q corespund unor propoziţii oarecare, legea (5) asertează că dacă p este o propoziţie adevărată, atunci propoziţia de forma „p sau q” este adevărată. Corespunzător acestei legi logice, în **LPC** avem următoarea formă de argument valid:

(6) $$\frac{p}{p \vee q}$$

Astfel, argumentul „Gheaţa pluteşte pe apă. Prin urmare, gheaţa pluteşte pe apă sau peştii dorm noaptea” este valid în **LPC**.

Pentru a preveni o eventuală neînţelegere, trebuie să facem o precizare. În **LPC**, operatorul $\supset$ este astfel definit încât o formulă $A \supset B$ exprimă aceeaşi funcţie de adevăr (este echivalentă logic) cu formula $\sim(A \ \& \sim B)$. Din acest punct de vedere, legile logice (1), (2) şi (5) nu au nimic „bizar”. Să considerăm, de pildă, legea logică (2). Dacă această lege logică este înţeleasă pur şi simplu ca $\sim(\sim p \ \& \sim\sim(p \ \& \sim q))$ şi mai departe ca $\sim(\sim p \ \& \ p \ \& \sim q)$, atunci este evident de ce avem de-a face cu un adevăr logic: fiind o conjuncţie care are ca membru contradicţia $\sim p \ \& \ p$, formula $\sim p \ \& \ p \ \& \sim q$ este inconsistentă, iar formula $\sim(\sim p \ \& \ p \ \& \sim q)$ este negaţia acestei formule inconsistente. Pe de altă parte, înţelesul unui condiţional indicativ „Dacă p, atunci q” conţine ideea că *nu avem situaţia de fapt în care p este adevărat şi q fals*. Spunând, de pildă „Dacă plouă, atunci îmi iau umbrela”, înţelegem că nu avem situaţia de fapt în care propoziţia „Plouă” este adevărată şi propoziţia „Îmi iau umbrela” este falsă. Dacă acceptăm că o propoziţie de forma „Dacă p, atunci q” înseamnă „Nu este adevărat că atât p, cât şi non-q”, atunci, considerând că p şi q corespund unor propoziţii oarecare, legea (2) poate fi înţeleasă ca asertând negaţia unei propoziţii logic false de forma „non p şi p şi q”. Definiţia operatorului $\supset$ în **LPC** apare ca fiind nesatisfăcătoare *doar* în raport cu pretenţia că o formulă $A \supset B$ poate capta şi legătura de conţinut dintre antecedentul şi consecventul unui condiţional indicativ, pe lângă legătura dintre valorile logice ale celor două componente.

Se spune că premisele unui argument sunt *relevante* pentru concluzie sau că un argument este *relevant*, dacă între premisele şi concluzia argumentului respectiv există o legătură de conţinut. Încercarea de a trata formal ideea de legătură de conţinut între premisele şi concluzia unui argument a condus la construirea unor **logici propoziţionale relevante** sau **relaţionale**. Prezentăm în continuare o astfel de logică, urmând, în principal,

ideile logicienilor Richard L. Epstein şi Douglas N. Walton[13]. Pentru concizia exprimării, ne vom referi la această logică prin prescurtarea **LPR**.

În locul operatorilor $\supset$, $\equiv$ şi $\vee$ din **LPC**, în **LPR**, apar, respectiv, un nou condiţional, redat prin simbolul $\rightarrow$, un nou bicondiţional, redat prin simbolul $\leftrightarrow$ şi o nouă disjuncţie, redată prin simbolul ∇. În plus, în **LPR**, apare o relaţie, redată prin *R*(*A*, *B*) şi definită după cum urmează: *A indică prin relaţia R pe B dacă şi numai dacă A şi B au cel puţin un element de conţinut în comun*.

Pentru a înţelege mai bine natura acestei relaţii, să facem o analogie cu ideea de legătură de conţinut între propoziţii. În orice propoziţie apare un număr de elemente de conţinut. De pildă, în propoziţia „Bamele sunt legume" apar două astfel de elemente: „bamele" şi „legume". Vom spune că între două propoziţii există o legătură de conţinut, dacă cele două propoziţii au cel puţin un element de conţinut în comun. Astfel, între propoziţiile „Bamele sunt legume" şi „Legumele conţin vitamina C" există o legătură de conţinut: cele două propoziţii au în comun elementul de conţinut „legume". Pe baza acestei analogii vom explica următoarele proprietăţi ale relaţiei *R*:

1. Relaţia *R* este *reflexivă*: pentru orice formulă *A*, *R*(*A*, *A*). Evident, orice propoziţie are cel puţin un element de conţinut în comun cu sine.

2. Relaţia *R* este *simetrică*: pentru oricare două formule *A* şi *B*, dacă *R*(*A*, *B*), atunci *R*(*B*, *A*). Dacă o propoziţie *P* are cel puţin un element de conţinut în comun cu o propoziţie *Q*, atunci propoziţia *Q* are cel puţin un element de conţinut în comun cu propoziţia *P*.

3. Relaţia *R* este *netranzitivă*, ceea ce înseamnă că *R* nu este tranzitivă, fără a fi intranzitivă: dacă *R*(*A*, *B*) şi *R*(*B*, *C*), nu rezultă în mod necesar *R*(*A*, *C*). Dacă o propoziţie *P* are cel puţin un element de conţinut în comun cu o propoziţie *Q* şi propoziţia *Q* are cel puţin un element de conţinut în comun cu o propoziţie *S*, atunci se poate ca *P* să aibă cel puţin un element de conţinut în comun cu *S* sau se poate ca *P* să nu aibă cel puţin un element de conţinut în comun cu *S*. De pildă, propoziţia „Bamele sunt legume" are un element de conţinut în comun cu propoziţia „Dumitru urăşte bamele", iar propoziţia „Dumitru urăşte bamele" are un element de conţinut în comun cu propoziţia „Dumitru este profesor de logică", dar propoziţia „Bamele sunt

---

[13] Vezi Richard L. Epstein (1979), Douglas N. Walton (1979) şi John Woods, Douglas Walton (1982).

legume" nu are nici un element de conținut în comun cu propoziția „Dumitru este profesor de logică".

Operatorul $\rightarrow$ are următoarea definiție: *o formulă* $A \rightarrow B$ *ia valoarea 1 dacă şi numai dacă A ia valoarea 0 sau B ia valoarea 1 şi A indică prin relația R pe B*. De aici reiese că $A \rightarrow B$ ia valoarea *0* dacă şi numai dacă *A* ia valoarea *1* şi *B* ia valoarea *0* sau *A* nu indică prin relația *R* pe *B*. Această definiție poate fi redată şi cu ajutorul următorului tabel de adevăr:

A	B	$R(A,B)$	$A \rightarrow B$
1	*1*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*
0	*0*	*0*	*0*

După cum se poate constata, în cazurile în care *A* indică prin relația *R* pe *B*, formula $A \rightarrow B$ ia aceleaşi valori ca şi $A \supset B$. Cu alte cuvinte, dacă din tabelul de mai sus se elimină rândurile în care *A* nu indică prin relația *R* pe *B*, se obține tabelul de adevăr al operatorului $\supset$.

Operatorul $\leftrightarrow$ are următoarea definiție: *o formulă* $A \leftrightarrow B$ *ia valoarea 1 dacă şi numai dacă A şi B iau aceeaşi valoare logică şi A indică prin relația R pe B*. De aici reiese că $A \leftrightarrow B$ ia valoarea *0* dacă şi numai dacă *A* şi *B* iau valori logice diferite sau *A* nu indică prin relația *R* pe *B*. Corespunzător, avem următorul tabel de adevăr:

A	B	$R(A,B)$	$A \leftrightarrow B$
1	*1*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*0*
0	*1*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*
0	*0*	*0*	*0*

În fine, operatorul ∇ are următoarea definiție: *o formulă $A \nabla B$ ia valoarea 1 dacă şi numai dacă cel puțin una dintre componentele sale ia valoarea 1 şi A indică prin relația R pe B*. De aici reiese că $A \nabla B$ ia valoarea *0* dacă şi numai dacă atât *A*, cât şi *B* iau valoarea *0* sau *A* nu indică prin relația *R* pe *B*. Corespunzător, avem următorul tabel de adevăr:

A	*B*	*R*(*A*, *B*)	$A \nabla B$
1	*1*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*1*
1	*0*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*0*
0	*0*	*0*	*0*

Şi pentru ultimele două tabele de adevăr este uşor de constatat că în cazurile în care *A* indică prin relația *R* pe *B*, formulele $A \leftrightarrow B$ şi $A \nabla B$ iau, respectiv, exact aceleaşi valori ca şi formulele $A \equiv B$ şi $A \vee B$. Cu alte cuvinte, dacă din ultimele două tabele de mai sus se elimină rândurile în care *A* nu indică prin relația *R* pe *B*, se obțin, respectiv, tabelele de adevăr ale operatorilor $\equiv$ şi $\vee$.

O propoziție de forma „non-*P*" este adevărată dacă şi numai dacă propoziția *P* este falsă şi este falsă dacă şi numai dacă propoziția *P* este adevărată, indiferent de starea de fapt la care se referă *P*, iar în mod obişnuit, adevărul unei propoziții de forma „*P* şi *Q*" nu cere ca între *P* şi *Q* să existe o legătură de conținut. Ca atare, în **LPR**, operatorii ~ şi & au aceleaşi definiții ca în **LPC**.

De notat că operatorii nou introduşi în **LPR** au o proprietate similară verifuncționalității operatorilor corespunzători din **LPC**: valoarea logică a unui compus de tipul $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ sau $A \nabla B$ este fixată, o dată ce sunt fixate valorile logice ale componentelor *A* şi *B* şi prezența/absența relației *R* dintre *A* şi *B*.

Problema care se pune acum este următoarea: date fiind două formule neelementare ale **LPR** – *A* şi *B* – cum decidem dacă *A* indică prin relația *R* pe *B*? Să considerăm din nou propozițiile (i) – „Dacă peştii dorm noaptea, atunci gheața pluteşte pe apă" – şi (iii) – „Gheața pluteşte pe apă sau peştii dorm noaptea". Componentele fiecăreia dintre cele două propoziții nu

au nici un element de conținut în comun, astfel că, evaluate în **LPR**, aceste două propoziții sunt false. Ce vom spune despre propoziția „Peştii sunt vertebrate”, în raport cu propozițiile (i) şi (iii)? Este rezonabil să spunem că, întrucât „Peştii sunt vertebrate” are un element de conținut în comun cu propoziția „Peştii dorm noaptea”, „Peştii sunt vertebrate” are un element de conținut în comun atât cu propoziția (i), cât şi cu propoziția (iii). Aceeaşi analiză se poate aplica şi pentru raportul dintre „Peştii sunt vertebrate” şi „Dacă şi numai dacă peştii dorm noaptea, atunci gheața pluteşte pe apă”. De asemenea, este rezonabil să spunem că, întrucât „Peştii sunt vertebrate” are un element de conținut în comun cu propoziția „Peştii dorm noaptea”, propoziția „Peştii sunt vertebrate” are un element de conținut în comun cu propoziția „Peştii nu dorm noaptea”. Ca atare, date fiind două formule neelementare ale **LPR** – A şi B – pentru a decide dacă A indică prin relația R pe B, vom considera deocamdată cazurile în care B are una dintre formele $\sim C$, $C \rightarrow D$, $C \leftrightarrow D$ sau $C \nabla D$ şi vom folosi următoarele criterii:

C1. A indică prin relația R pe $\sim C$ dacă şi numai dacă A indică prin relația R pe C;

C2. A indică prin relația R pe fiecare dintre formulele $C \rightarrow D$, $C \leftrightarrow D$ sau $C \nabla D$ dacă şi numai dacă A indică prin relația R pe C sau A indică prin relația R pe D.

Evident că, dată fiind proprietatea de reflexivitate a relației R, orice formulă se indică prin relația R pe sine. De pildă, întrucât p indică prin relația R pe $p \rightarrow q$, p indică prin relația R pe $\sim(p \rightarrow q)$, conform C1.

Unele formule ale **LPR** iau valoarea *1* în orice interpretare, indiferent de prezența/absența relației R dintre componente. Formulele de acest fel sunt legi logice în **LPR** sau, altfel spus, sunt *legi logice relevante*. În principiu, metoda tabelelor complete de adevăr poate fi extinsă pentru a decide dacă o formulă a **LPR** este lege logică relevantă. Într-un astfel de tabel, vom folosi „*R*” pentru a putea considera relația de conținut dintre variabilele propoziționale, înainte de a considera relația dintre formulele neelementare. Pentru familiarizarea cu aplicarea acestei metode în **LPR**, vom prezenta mai întâi tabelul de adevăr al formulei $p \nabla \sim p$, care corespunde legii logice $p \vee \sim p$ din **LPC**:

p	$\sim p$	$R(p, \sim p)$	$p \nabla \sim p$
1	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*1*	*1*

În coloana pentru $R(p, \sim p)$ apare numai valoarea *1*, deoarece p se indică prin R pe sine şi, conform C1, p indică prin R pe $\sim p$. Ca atare, formula $p \nabla \sim p$ ia numai valoarea *1*, fiind o lege logică relevantă.

După cum reiese şi din acest exemplu, date fiind două formule A şi B, odată ce am constatat că A indică prin relaţia R pe B, ceea ce înseamnă că în coloana pentru $R(A, B)$ apare numai valoarea *1*, putem elimina din tabel coloana respectivă.

Să examinăm acum o formulă ceva mai complicată. Formula $(\sim p \vee q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$ este o lege logică în **LPC**. Înlocuind operatorii $\vee$, $\equiv$ şi $\supset$, respectiv, cu ∇, $\leftrightarrow$ şi $\rightarrow$, obţinem formula $(\sim p \nabla q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$. Întrucât $\sim p \nabla q$ indică prin relaţia R pe $\sim q \rightarrow \sim p$, din tabelul de adevăr pentru această formulă putem elimina coloana pentru $R(\sim p \nabla q, \sim q \rightarrow \sim p)$. Apoi, pe baza C1 şi a simetriei relaţiei R, se poate arăta atât că $R(\sim p, q)$ dacă şi numai dacă $R(p, q)$, cât şi că $R(\sim q, \sim p)$ dacă şi numai dacă $R(p, q)$. Ca atare, în tabelul de adevăr pentru formula în discuţie putem păstra doar coloana pentru $R(p, q)$. Obţinem astfel următorul tabel:

p	q	$R(p,q)$	$\sim p$	$\sim p \nabla q$	$\sim q$	$\sim q \supset \sim p$	$(\sim p \nabla q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$
1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1

Din acest tabel rezultă că formula $(\sim p \nabla q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$ este o lege logică relevantă. Pe de altă parte, după cum se poate constata, dacă din tabelul de mai sus se elimină rândurile în care p nu indică prin relaţia R pe q, se obţine tabelul de adevăr al legii logice $(\sim p \vee q) \equiv (\sim q \supset \sim p)$. Acest exemplu ilustrează faptul că orice tabel al unei formule din **LPR** conţine tabelul formulei corespunzătoare din **LPC**. Ca atare, *dacă într-o lege logică relevantă se înlocuiesc operatorii* ∇, $\rightarrow$ *şi* $\leftrightarrow$, *respectiv, cu* $\vee$, $\supset$ *şi* $\equiv$, *se obţine o lege logică clasică*. Aceasta se poate dovedi şi prin faptul că următoarele formule apar a fi legi logice[14]:

---

[14] Vezi exerciţiul 5.

$(p \nabla q) \rightarrow (p \vee q)$
$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \supset q)$
$(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \equiv q)$

Aceste legi logice arată că dacă o formulă a **LPR** în care apar operatorii ∇, $\rightarrow$ şi $\leftrightarrow$ ia valoarea *1*, atunci formula corespunzătoare din **LPC** ia valoarea *1*. Reciprocele relaţiilor logice exprimate de cele trei formule de mai sus nu au loc (exerciţiu), ceea ce înseamnă că *nu toate legile logice clasice devin legi logice relevante prin înlocuirile corespunzătoare ale operatorilor propoziţionali*. În particular, nici una dintre legile logice clasice (1), (2) şi (5) nu are un corespondent într-o lege logică relevantă. Exemplificăm pentru formula $q \rightarrow (p \rightarrow q)$, corespunzătoare legii logice clasice (1):

p	q	$R(p, q)$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow (p \rightarrow q)$
1	*1*	*1*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*0*	*1*
1	*0*	*0*	*0*	*1*
0	*1*	*1*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*	*1*
0	*0*	*0*	*0*	*1*

Formula $q \rightarrow (p \rightarrow q)$ ia valoarea *0* în rândurile 2 şi 6. În aceste rânduri, p nu indică prin relaţia R pe q, astfel că $p \rightarrow q$ ia valoarea *0*. În formula $q \rightarrow (p \rightarrow q)$, q indică prin relaţia R pe $(p \rightarrow q)$ conform C2 (A indică prin relaţia R pe $C \rightarrow D$ dacă şi numai dacă A indică prin relaţia R pe C sau A indică prin relaţia R pe D). Prin urmare, formula $q \rightarrow (p \rightarrow q)$ ia valoarea *0* doar dacă q ia valoarea *1* şi $p \rightarrow q$ ia valoarea *0*, or acesta este cazul în rândurile 2 şi 6. Formula $q \rightarrow (p \rightarrow q)$ este un exemplu de formulă contingentă în **LPR**

Să remarcăm că, spre deosebire de **LPC**, în care, după cum am văzut, operatorul $\supset$ este astfel definit încât o formulă $A \supset B$ exprimă aceeaşi funcţie de adevăr (este echivalentă logic) cu formula $\sim(A \,\&\, \sim B)$, în **LPR**, o formulă $A \rightarrow B$ nu exprimă aceeaşi funcţie de adevăr (nu este echivalentă logic) cu formula $\sim(A \,\&\, \sim B)$, după cum arată următorul tabel de adevăr:

p	q	$R(p,q)$	$p \to q$	$\sim q$	$p \mathbin{\&} \sim q$	$\sim(p \mathbin{\&} \sim q)$	$(p \to q) \leftrightarrow \sim(p \mathbin{\&} \sim q)$
1	*1*	*1*	*1*	*0*	*0*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*
1	*0*	*1*	*0*	*1*	*1*	*0*	*1*
1	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*	*0*	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*
0	*0*	*1*	*1*	*1*	*0*	*1*	*0*
0	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*1*	*0*

În principiu, metoda tabelelor de adevăr complete poate fi extinsă pentru a decide dacă un argument este valid în **LPR**. Ştim, de pildă, că orice argument de forma „$p \supset q$, $\sim q$. Deci $\sim p$" este valid în **LPC**. Următorul tabel arată că orice argument de forma „$p \to q$, $\sim q$, deci $\sim p$" este valid în **LPR**:

p	q	$R(p,q)$	$p \to q$	$\sim q$	$\sim p$
1	*1*	*1*	*1*	*0*	*0*
1	*1*	*0*	*0*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*0*	*1*	*0*
1	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*
0	*1*	*1*	*1*	*0*	*1*
0	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*
0	*0*	*1*	*1*	*1*	*1*
0	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*

Inspectând acest tabel, constatăm că nu există vreun rând în care toate formulele premiselor iau valoarea *1* şi formula concluziei ia valoarea *0* (pe cea de-a şaptea linie, singura în care formulele premiselor iau valoarea *1*, formula concluziei ia valoarea *1*).

Folosind această metodă, se poate arăta că nici una dintre formele de argumente (3), (4) şi (6), valide în **LPC**, nu are un corespondent într-o formă de argument valid în **LPR**. Exemplificăm pentru forma „p. Deci $p \nabla q$", corespunzătoare formei (6):

p	q	$R(p, q)$	$p \nabla q$
1	*1*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*0*
1	*0*	*1*	*1*
1	*0*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*0*
0	*0*	*0*	*0*

Întrucât în liniile 2 şi 4, în care p ia valoarea *1*, formula $p \nabla q$ ia valoarea *0*, „*p*. Deci $p \nabla q$” nu este o formă de argument valid în **LPR**.

În general, *orice argument valid în* **LPR** *este un argument valid în* **LPC**. Pe de altă parte, *nu toate argumentele valide în* **LPC** *sunt argumente valide în* **LPR**. De pildă, argumentul „Gheaţa pluteşte pe apă. Prin urmare, gheaţa pluteşte pe apă sau peştii dorm noaptea”, valid în **LPC**, nu este valid în **LPR**.

Înainte de a încheia această secţiune, semnalăm două probleme privind **LPR**. În **LPC**, relaţiile dintre conjuncţie, disjuncţie şi negaţie sunt redate de următoarele legi (echivalenţe) logice („legile lui De Morgan”):

(7) $(p \,\&\, q) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q)$(9) $\sim(p \,\&\, q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$
(8) $(p \vee q) \equiv \sim(\sim p \,\&\, \sim q)$(10) $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \,\&\, \sim q)$

Conform legilor (7) şi (8), conjuncţia poate fi redată cu ajutorul disjuncţiei şi al negaţiei, iar disjuncţia poate fi redată cu ajutorul conjuncţiei şi al negaţiei. Legea (9) arată cum se construieşte negaţia (contradictoria) unei conjuncţii, iar legea (10) arată cum se construieşte negaţia (contradictoria) unei disjuncţii. Ultimele două legi sunt foarte importante pentru obţinerea negaţiei „complexe” a propoziţiilor compuse[15]. Fie, de pildă, propoziţia „Dumitru urăşte bamele sau morcovii şi bea cafea sau ceai”. Stabilind corespondenţele de rigoare, această propoziţie se formalizează în limbajul **LPC** prin formula $(p \vee q) \,\&\, (r \vee s)$. Prefixând această formulă cu semnul negaţiei şi folosind legile logice (9) şi (10), obţinem următorul lanţ de echivalenţe logice:

[15] Prin *negaţia complexă* a unei propoziţii compuse se înţelege contradictoria propoziţiei respective, în care numai propoziţiile elementare componente sunt negate.

$$\sim[(p \vee q) \,\&\, (r \vee s)] \equiv [\sim(p \vee q) \vee \sim(r \vee s)] \equiv [(\sim p \,\&\, \sim q) \vee (\sim r \,\&\, \sim s)]$$

Refăcând în sens invers corespondențele stabilite, obținem propoziția compusă „Dumitru nu urăşte bamele şi nu urăşte morcovii sau nu bea cafea şi nu bea ceai", care este negația complexă a propoziției inițiale.

În **LPR**, corespondentele formulelor (7)-(10) nu sunt legi logice, căci au loc numai implicațiile logice relevante redate de următoarele formule[16]:

$(p \,\&\, q) \rightarrow \sim(\sim p \nabla \sim q)(\sim p \nabla \sim q) \rightarrow \sim(p \,\&\, q)$
$(p \nabla q) \rightarrow \sim(\sim p \,\&\, \sim q)(\sim p \,\&\, \sim q) \rightarrow \sim(p \nabla q)$

Cea de-a doua problemă priveşte o eroare neformală de argumentare, numită *eroarea premiselor inconsistente*. Un argument cu premise inconsistente este un argument în care apare cel puțin o pereche de premise reciproc inconsistente (reciproc contradictorii sau reciproc contrare) sau un argument ale cărui premise implică propoziții reciproc inconsistente. Fie, de pildă, următorul argument:

(iv) *Anul 2000 este bisect. Anul 2000 are 365 de zile. Deci toate planetele din constelația Orion sunt lipsite de viață.*

Într-un argument valid este imposibil ca premisele să fie împreună adevărate şi concluzia să fie falsă. Premisele argumentului (iv) sunt reciproc inconsistente (un an bisect are 366 de zile). Deoarece premisele sale nu pot fi împreună adevărate, este imposibil să se realizeze situația în care premisele să fie împreună adevărate şi concluzia să fie falsă. Ca atare, argumentul este valid, dar validitatea sa decurge chiar din inconsistența premiselor, astfel că acest argument nu poate determina pe cineva să accepte în mod rațional că toate planetele din constelația Orion sunt lipsite de viață.

În general, un argument cu premise inconsistente este valid, oricare ar fi concluzia acestuia, însă validitatea sa, decurgând chiar din inconsistența premiselor, este banală. Într-un astfel de argument *nu se face nici un progres logic în stabilirea adevărului concluziei pe baza premiselor*, deoarece o mulțime de premise din care decurge cu necesitate *orice* concluzie, adevărată sau falsă, nu poate fi folosită pentru a sprijini *o anumită* concluzie[17].

---

[16] Vezi exercițiul 6.

[17] Desigur, este puțin probabil ca un argumentator să prezinte premise explicit inconsistente şi să pretindă că acestea sprijină o anumită concluzie; o astfel de

În **LPC**, următoarea formulă este lege logică:

(11) $(p \,\&\, {\sim}p) \supset q$

Corespunzător acestei legi logice, în **LPC** avem următoarea formă de argument valid, cunoscută sub numele de *ex contradictoriis quodlibet* („din contradicție decurge orice”):

(12) $\dfrac{p \,\&\, {\sim}p}{q}$

Astfel, **LPC** este deschisă în fața erorii premiselor inconsistente (în secțiunea anterioară am arătat că prin înlocuirea lui ~*p* cu $\neg p$ în (12) se obține tot o formă de argument valid). Ce se întâmplă în **LPR**?

Corespondenta formulei (12) în **LPR** este $(p \,\&\, {\sim}p) \rightarrow q$. Pentru a evalua această formulă, trebuie să ținem cont de prezența/absența relației *R* dintre *p* şi *q* şi este uşor de văzut că această formulă nu este o lege logică relevantă, precum şi că (12) nu este o formă de argument valid în **LPR** (exercițiu). Cu toate acestea, nici **LPR** nu rezolvă satisfăcător problema erorii premiselor inconsistente. Pentru a vedea de ce stau lucrurile aşa, să ne întoarcem pentru moment la **LPC**.

Este uşor de văzut că în **LPC**, următoarea formulă este lege logică:

(13) $(p \,\&\, {\sim}p \,\&\, q) \supset {\sim}q$

Corespunzător acestei legi logice, în **LPC** avem următoarea formă de argument valid:

(14) $\dfrac{p \,\&\, {\sim}p \,\&\, q}{{\sim}q}$

Astfel, argumentul „Dumitru urăşte bamele şi nu urăşte bamele şi Luna este făcută din brânză verde. Prin urmare, Luna nu este făcută din brânză verde” este valid în **LPC**. Între premisele şi concluzia acestui argument apare o legătură de conținut – propoziția „Luna este făcută din brânză verde” – , dar

conduită ar putea avea ca scop cel mult „derutarea adversarului”. Totuşi, se poate întâmpla ca premisele unui argument să implice o inconsistență, fără ca argumentatorul să-şi dea seama. Pentru detalii privind eroarea premiselor inconsistente, vezi Dumitru Gheorghiu (1998, 1999).

argumentul nu este valid *datorită* acestei legături de conţinut, ci datorită faptului că premisa este inconsistentă.

Corespondenta formulei (13) în **LPR** este $(p \ \& \sim p \ \& \ q) \rightarrow \sim q$. Pentru a evalua această formulă şi forma de argument (14), trebuie să ţinem cont atât de prezenţa/absenţa relaţiei *R* dintre *p* şi *q*, cât şi de prezenţa/absenţa relaţiei *R* dintre $p \ \& \sim p \ \& \ q$ şi $\sim q$. Ca atare, avem nevoie de un criteriu pentru a decide dacă *A* indică prin relaţia *R* pe *B*, în cazul în care *B* are forma *C* & *D*. Pentru aceasta, avem la dispoziţie următoarele două variante:

C3. *A* indică prin relaţia *R* pe *C* & *D* dacă şi numai dacă *A* indică prin relaţia *R* pe *C sau A* indică prin relaţia *R* pe *D*.

C3*. *A* indică prin relaţia *R* pe *C* & *D* dacă şi numai dacă *A* indică prin relaţia *R* pe *C* *şi A* indică prin relaţia *R* pe *D*.

Dacă adoptăm varianta C3, atunci formula $(p \ \& \sim p \ \& \ q) \rightarrow \sim q$ este o lege logică relevantă şi (14) este o formă de argument valid în **LPR**, astfel că **LPR** rămâne deschisă în faţa erorii premiselor inconsistente Dacă adoptăm varianta C3*, atunci formula $(p \ \& \sim p \ \& \ q) \rightarrow \sim q$ nu este o lege logică relevantă şi (14) nu este o formă de argument valid în **LPR**, căci, în acest caz, $R(p \ \& \sim p \ \& \ q, \sim q)$ dacă şi numai dacă $R(p, q)$ şi este uşor de văzut că dacă $R(p, q)$ nu are loc, atunci $(p \ \& \sim p \ \& \ q) \rightarrow \sim q$ ia valoarea *0*.

Adoptarea variantei C3* conduce, însă, la o consecinţă greu de acceptat. Astfel, în **LPC**, formulele $(p \ \& \ q) \supset p$ şi $(p \ \& \ q) \supset q$ sunt legi logice. Conform acestor legi logice, *o conjuncţie implică logic pe oricare dintre conjuncţi*. În **LPR**, prin adoptarea variantei C3*, nici una dintre formulele $(p \ \& \ q) \rightarrow p$ şi $(p \ \& \ q) \rightarrow q$ nu mai este lege logică, ceea ce este greu de acceptat, căci este rezonabil să considerăm că dacă cineva se angajează la adevărul unei propoziţii de forma „*P* & *Q*”, atunci se angajează atât la adevărul lui *P*, cât şi la adevărul lui *Q*.

În concluzie, pe de o parte, **LPR** şi **LPC** au în comun multe calităţi, dar şi unele puncte slabe, ca modele care dau seama de felul în care argumentăm şi raţionăm cu ajutorul propoziţiilor de formele „nu este adevărat că …”, „… şi …”, „… sau …”, „dacă …, atunci …” şi „… dacă şi numai dacă …”. Pe de altă parte, în **LPR**, operatorii propoziţionali ∇, $\rightarrow$ *şi* $\leftrightarrow$ au definiţii diferite faţă de operatorii corespunzători din **LPC**. Drept efect, prin înlocuirile corespunzătoare ale operatorilor propoziţionali, unele formule care sunt legi logice în **LPC** nu sunt legi logice în **LPR** şi

unele forme de argumente valide în **LPC** nu sunt forme de argumente valide în **LPR**. În **LPC**, evaluarea propozițiilor compuse şi a argumentelor cu astfel de propoziții ține cont doar de legăturile dintre valorile logice ale componentelor, în timp ce în **LPR** se ține cont şi de legăturile de conținut dintre componente. Prin urmare, **LPR** reprezintă un standard diferit de corectitudine logică în raport cu **LPC**. Tabelele de adevăr din **LPR** sunt, însă, mai complicate decât cele din **LPC**. Astfel, ambele logici au şi propriile calități şi puncte slabe.

7.3. **O logică propozițională modală**

În cel mai larg înțeles, termenul „logică modală" desemnează logica expresiilor „necesar" şi „posibil". Fie, de pildă propoziția „Existența este de un singur tip". Un adept al monismului filosofic nu ar intenționa să susțină pur şi simplu că această propoziție este adevărată, întrucât o astfel de susținere ar fi compatibilă cu ideea că starea de fapt la care se referă propoziția este accidentală. Mai curând, un filosof monist ar dori să susțină pretenția mai tare, exprimată de următoarea propoziție:

(1) *În mod necesar, existența este de un singur tip*.

Luând un alt exemplu, un partizan moderat al ideii că există viață pe alte planete nu ar dori să susțină că în mod necesar există viață pe alte planete, ci doar pretenția mai slabă, exprimată de următoarea propoziție:

(2) *În mod posibil, există viață pe alte planete*.

Propozițiile (1) şi (2) apar a fi echivalente, respectiv, cu următoarele propoziții:

(3) *Este necesar cazul că existența este de un singur tip*.
(4) *Este posibil cazul că există viață pe alte planete*.

Expresiile „necesar" („este necesar cazul că") şi „posibil" („este posibil cazul că") sunt *operatori modali alethici*. Termenul „operator" se justifică prin aceea că, aplicată la o propoziție dată, fiecare dintre aceste expresii formează o nouă propoziție. Mai departe, este natural să privim propozițiile (1)-(4) ca atribuind o proprietate unei propoziții date, şi anume proprietatea de a fi în mod necesar adevărată sau proprietatea de a fi în mod posibil adevărată. Cu alte cuvinte, „necesar" şi „posibil" sunt expresii care indică

modul adevărului propoziției la care se aplică. În acest fel se justifică termenii „modal” şi „alethic” (termenul „alethic” provine de la cuvântul din limba greacă „αλήθεια” – „alétheia” – , care înseamnă *adevăr*).

Este uşor de văzut că operatorii „necesar” şi „posibil” se pot defini unul prin celălalt. A spune că o propoziție este posibilă sau posibil adevărată înseamnă a spune că nu este necesar ca acea propoziție să fie falsă sau, ceea ce este acelaşi lucru, că nu este necesar să fie adevărată negația acelei propoziții. Apoi, a spune că o propoziție este necesară sau necesar adevărată înseamnă a spune că nu este posibil ca acea propoziție să fie falsă sau, ceea ce este acelaşi lucru, că nu este posibil să fie adevărată negația acelei propoziții. Astfel, propozițiile (3) şi (4) pot fi reformulate, respectiv, după cum urmează:

(5) *Nu este posibil cazul că existența nu este de un singur tip*.
(6) *Nu este necesar cazul că nu există viață pe alte planete*.

Noțiunile modale *necesar* şi *posibil* apar în diferite contexte şi pot fi exprimate şi de alte cuvinte, decât „necesar” şi „posibil”, precum „trebuie”, „poate” etc. De pildă, dacă spunem „Trebuie să mă odihnesc”, avem în vedere o necesitate organică, dacă spunem „Este necesar să apară o forță pentru schimbarea cantității de mişcare a unui corp”, avem în vedere o necesitate fizică, iar dacă spunem „Nu se poate ca în această teorie să nu fi apărut o greşeală”, avem în vedere o necesitate epistemică. În cele ce urmează, vom considera cel mai larg tip de necesitate – aşa-numita necesitate logică sau metafizică – şi, corespunzător, cel mai larg tip de posibilitate. Nu este locul să examinăm aici ce este această necesitate. Este suficient să spunem că este vorba despre acel tip de necesitate ilustrat de propoziția (1) şi de exemplele care urmează.

Prezentăm în continuare o logică propozițională modală, la care ne vom referi prin prescurtarea **LPM**. Limbajul **LPM** constă din limbajul **LPC**, la care se adaugă două constante logice – □ şi ◊ – în calitate de operatori propoziționali modali. Constanta □ simbolizează expresia „necesar”, iar constanta ◊ simbolizează expresia „posibil”, astfel că dacă A este o formulă a **LPM**, atunci □A se citeşte „este necesar A”, iar ◊A se citeşte „este posibil A”. Se mai spune că □ este operatorul de *necesitate* şi ◊ este operatorul de *posibilitate.*

Cum stabilim valoarea logică a unei formule □A sau a unei formule ◊A? Mai întâi, intuitiv vorbind, dorim să captăm ideea că, dată fiind o propoziție P, „Este necesar P” este o propoziție adevărată dacă şi numai dacă P trebuie să fie adevărată sau, altfel spus, dacă şi numai dacă P este o propoziție

adevărată indiferent de felul în care este sau ar putea fi starea de fapt la care se referă *P*. Amintim că o interpretare a unei formule în **LPC** este o atribuire de valori logice pentru variabilele distincte din formula respectivă, astfel încât fiecărei variabile i se atribuie sau valoarea *1*, sau valoarea *0*, dar nu ambele, precum şi că valoarea logică a unei formule a **LPC** într-o interpretare se determină prin aplicarea condiţiilor semantice ale operatorilor propoziţionali clasici (~, &, ∨, ⊃ şi ≡) la subformulele formulei date şi apoi la întreaga formulă. Problema este că în **LPM** nu putem aloca funcţii de adevăr operatorilor modali, deoarece valoarea logică a unui compus de forma $\Box A$ sau $\Diamond A$ nu depinde exclusiv de valoarea pe care o ia formula *A*, tot aşa cum valoarea logică a unei propoziţii de forma „În mod necesar *P*" sau „În mod posibil *P*" nu depinde exclusiv de valoarea logică a propoziţiei *P*. De pildă, dat fiind doar adevărul unei propoziţii *P*, nu putem determina valoarea logică a propoziţiei „În mod necesar *P*", căci dacă *P* este factual adevărată (e.g. „Pisica mea are blana tărcată"), atunci „În mod necesar *P*" este falsă, în timp ce dacă *P* este logic adevărată (e.g. „Toate pisicile sunt pisici"), atunci „În mod necesar *P*" este adevărată.

Soluţia este de a raporta valorile logice la anumite entităţi, numite *lumi posibile*. Ideea intuitivă care stă la baza *semanticii lumilor posibile*[18] este că, pe lângă starea de fapt sau „lumea" actuală, pot fi considerate alte stări de fapt sau „lumi" posibile. O lume posibilă este un fel complet în care lucrurile ar putea fi sau ar putea să fi fost, lumea actuală fiind una dintre lumile posibile. În linii mari, a spune că o propoziţie *P* este adevărată într-o lume posibilă înseamnă a spune că *P* ar fi adevărată, dacă lumea respectivă ar fi actuală. Astfel, dacă zăpada ar fi neagră, atunci propoziţia „Zăpada este neagră" ar fi adevărată. Cu alte cuvinte, propoziţia „Zăpada este neagră" este adevărată într-o lume în care zăpada este neagră.

Fie *W* o mulţime de lumi posibile w_1, w_2, … . În orice lume *w* din *W* o formulă *A* ia sau valoarea *1*, sau valoarea *0*, dar nu ambele. Mai întâi, în **LPM**, regulile de interpretare (condiţiile semantice) ale operatorilor ~, &, ∨, ⊃ şi ≡ se relativizează la lume oarecare w_i din *W*, după cum urmează (ca şi până acum, „ddacă" este o prescurtare pentru „dacă şi numai dacă"):

---

[18] Semantica lumilor posibile a fost sugerată filosofic pentru prima dată de Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716), a fost rafinată de Ludwig Wittgenstein şi Rudolf Carnap şi a fost dezvoltată complet de Saul Kripke, Jaakko Hintikka ş.a. în anii `60 ai secolului trecut.

R1. O formulă ~*A* ia valoarea *1* în w_i ddacă *A* ia valoarea *0* în w_i şi ia valoarea *0* în w_i ddacă *A* ia valoarea *1* în w_i.

R2. O formulă *A* & *B* ia valoarea *1* în w_i ddacă atât *A*, cât şi *B* iau valoarea *1* în w_i; de aici reiese că *A* & *B* ia valoarea *0* în w_i ddacă cel puţin una dintre componentele sale – *A*, *B* – ia valoarea *0* în w_i.

R3. O formulă $A \vee B$ ia valoarea *1* în w_i ddacă cel puţin una dintre componentele sale – *A*, *B* – ia valoarea *1* în w_i; de aici reiese că $A \vee B$ ia valoarea *0* în w_i ddacă atât *A*, cât şi *B* iau valoarea *0* în w_i.

R4. O formulă $A \supset B$ ia valoarea *1* în w_i ddacă *A* ia valoarea *0* în w_i sau *B* ia valoarea *1* în w_i; de aici reiese că $A \supset B$ ia valoarea *0* în w_i ddacă *A* ia valoarea *1* în w_i şi *B* ia valoarea *0* în w_i.

R5. O formulă $A \equiv B$ ia valoarea *1* în w_i ddacă *A* şi *B* iau aceeaşi valoare logică în w_i; de aici reiese că $A \equiv B$ ia valoarea *0* în w_i ddacă *A* şi *B* iau valori logice diferite în w_i.

Regula de interpretare (condiţia semantică) pentru □ este următoarea:

R6. O formulă □*A* ia valoarea *1* în w_i ddacă *A* ia valoarea *1* în orice lume *w* din *W*; de aici reiese că □*A* ia valoarea *0* în w_i ddacă există cel puţin o lume *w* în *W*, astfel încât *A* ia valoarea *0* în *w*.

Această condiţie semantică este consistentă cu ideea că o propoziţie necesar adevărată este o propoziţie adevărată în *toate* lumile posibile.

După cum am arătat, a spune că o propoziţie este posibilă sau posibil adevărată înseamnă a spune că nu este necesar ca acea propoziţie să fie falsă sau, ceea ce este acelaşi lucru, că nu este necesar să fie adevărată negaţia acelei propoziţii. Ca atare, operatorul ◊ poate fi introdus prin următoarea definiţie:

(1) $\Diamond A =_{df} \sim\Box\sim A$

Din această definiţie şi regula de interpretare a operatorului □ rezultă următoarea regulă de interpretare (condiţie semantică) pentru operatorul ◊:

R7. O formulă ◊*A* ia valoarea *1* în w_i ddacă există cel puţin o lume *w* în *W*, astfel încât *A* ia valoarea *1* în *w*; de aici reiese că ◊*A* ia valoarea *0* în w_i ddacă *A* ia valoarea *0* în orice lume *w* din *W*.[19]

Această condiţie semantică este consistentă cu ideea că o propoziţie posibil adevărată este o propoziţie adevărată în *cel puţin o* lume posibilă.

---

[19] Vezi exerciţiul 8.

La regulile de interpretare R1-R7 se adaugă următoarea definiție a legii logice: o formulă *A* este **lege logică în LPM** dacă şi numai dacă pentru orice mulțime *W* şi orice *w* din *W*, *A* ia valoarea *1* în *w*.

Semantica introdusă mai sus determină un sistem de logică propozițională modală cunoscut în literatura de specialitate ca **S5**. În cele ce urmează ne vom referi exclusiv la acest sistem, iar la sfârşitul acestei secțiuni vom indica pe scurt felul în care se pot obține diferite alte logici propoziționale modale.

Cu ajutorul unor exemple, prezentăm în continuare o metodă care ne permite să verificăm dacă o formulă a **LPM** este lege logică. Pentru concizia exprimării, dacă o formulă *A* ia valoarea *1* într-o lume *w*, vom scrie $V(A, w) = 1$, iar dacă *A* ia valoarea *0* într-o lume *w*, vom scrie $V(A, w) = 0$. Metoda menționată este o variantă de demonstrație indirectă prin *reducere la contradicție*. Pentru a aplica această metodă la o formulă *A*, începem prin a presupune că formula *A* nu este lege logică, ceea ce înseamnă, conform definiției legii logice în **LPM**, că există cel puțin o mulțime *W* şi o lume w_i în *W*, astfel încât $V(A, w_i) = 0$. Aplicând regulile de valorizare corespunzătoare, dacă din această presupunere rezultă că, prin oricare dintre valorizările posibile, există un constituent *B* al formulei *A*, astfel încât într-o lume *w*, $V(A, w) = 1$ şi $V(A, w) = 0$, atunci presupunerea făcută este falsă, deci formula *A* este lege logică. Dacă, însă, găsim că fiecare constituent ultim al formulei *A* ia în *w* sau valoarea *1*, sau valoarea *0*, dar nu ambele, atunci presupunerea făcută este adevărată, deci formula *A* nu este lege logică. Mai întâi, vom arăta că următoarea formulă este lege logică:

(2) $[\text{Î}(p \supset q) \,\&\, \text{Î}p] \supset \text{Î}q$

Legea logică (2) – analoagă legii *modus ponens* din **LPC** – arată că dacă este necesar adevărat un condițional şi este necesar adevărat antecedentul său, atunci este necesar adevărat consecventul său. Procedura de verificare decurge după cum urmează:

1. Presupunere: există cel puțin o mulțime *W* şi o lume w_i în *W*, astfel încât

$$V\{[\text{Î}(p \supset q) \,\&\, \text{Î}p] \supset \text{Î}q, w_i\} = 0$$

Din 1, prin R4, rezultă

2a. $V\{[\Box(p \supset q) \ \& \ \Box p], w_i\} = 1$ şi 2b. $V(\Box q, w_i) = 0$

Din 2a, prin R2, rezultă

3a. $V[\Box(p \supset q), w_i] = 1$ şi 3b. $V(\Box p, w_i) = 1$

Din 3a, prin R6, rezultă

4. Pentru orice w din W, $V(p \supset q, w) = 1$

Din 4, prin R4, rezultă

5a. Pentru orice w din W, $V(p, w) = 1$ şi $V(q, w) = 1$ sau
5b. Pentru orice w din W, $V(p, w) = 0$ şi $V(q, w) = 1$ sau
5c. Pentru orice w din W, $V(p, w) = 0$ şi $V(q, w) = 0$

Din 2b, prin R6, rezultă

6. Există cel puţin o lume w în W, astfel încât $V(q, w) = 0$, *ceea ce contrazice* 5a.

Din 3b, prin R6, rezultă

7. Pentru orice w din W, $V(p, w) = 1$

Din 7 rezultă

8. Există cel puţin o lume w în W, astfel încât $V(p, w) = 1$, *ceea ce contrazice atât* 5b, *cât şi* 5c.

Întrucât am obţinut o contradicţie prin oricare dintre valorizările posibile, presupunerea făcută este falsă, deci formula (2) este lege logică.

Să arătăm acum că formula $(\Diamond p \ \& \ \Diamond q) \supset \Diamond(p \ \& \ q)$ nu este lege logică.

1. Presupunere: există cel puţin o mulţime W şi o lume w_i în W, astfel încât

$$V[(\Diamond p \ \& \ \Diamond q) \supset \Diamond(p \ \& \ q), w_i] = 0$$

Din 1, prin R4, rezultă

2a. $V(\Diamond p \ \& \ \Diamond q, w_i) = 1$ şi 2b. $V[\Diamond(p \ \& \ q), w_i] = 0$

Din 2a, prin R2, rezultă

3a. $V(\Diamond p, w_i) = 1$ şi 3b. $V(\Diamond q, w_i) = 1$

Din 3a, prin R7, rezultă

4. Există cel puţin o lume w în W, astfel încât $V(p, w) = 1$

Din 3b, prin R7, rezultă

5. Există cel puțin o lume w în W, astfel încât $V(q, w) = 1$

Din 2b, prin R7, rezultă

6. Există cel puțin o lume w în W, astfel încât $V(p \,\&\, q, w) = 1$

Din 6, prin R2, rezultă

7a. Există cel puțin o lume w în W, astfel încât $V(p, w) = 1$
7b. Există cel puțin o lume w în W, astfel încât $V(q, w) = 1$

Întrucât din presupunerea făcută nu rezultă nici o contradicție sau, altfel spus, rezultă valorizări consistente pentru constituenții ultimi ai formulei verificate, această formulă nu este lege logică.

Pentru a arăta că formula $(\Diamond p \,\&\, \Diamond q) \supset \Diamond(p \,\&\, q)$ nu este lege logică, putem recurge la găsirea unui *contramodel* pentru această formulă, adică a unei mulțimi W, astfel încât într-o lume din W $\Diamond p \,\&\, \Diamond q$ ia valoarea 1 și $\Diamond(p \,\&\, q)$ ia valoarea 0. Astfel, fie o mulțime W alcătuită din lumile $w_1, w_2, \ldots, w_n$ astfel încât

1. $V(p, w_1) = 1$ și $V(q, w_1) = 0$
2. $V(p, w_2) = 0$ și $V(q, w_2) = 1$
3. În toate celelalte lumi din W, atât p, cât și q iau valoarea 0.

Întrucât există cel puțin o lume în W în care p ia valoarea 1, i.e. w_1, $V(\Diamond p, w_1) = 1$ și întrucât există cel puțin o lume în W în care q ia valoarea 1, i.e. w_2, $V(\Diamond q, w_2) = 1$; prin urmare, $V(\Diamond p \,\&\, \Diamond q, w_i)= 1$. Mai departe, întrucât nu există nici o lume în W în care $p \,\&\, q$ ia valoarea 1, rezultă că $V[\Diamond(p \,\&\, q), w_1] = 0$. Această analiză arată că existența unei lumi în care p ia valoarea 1 și a unei lumi în care q ia valoarea 1 nu implică existența unei lumi în care atât p, cât și q iau valoarea 1.

Aplicând varianta de demonstrație prin reducere la contradicție, rezultă că, între altele, și următoarele formule sunt legi logice ale **LPM**:

(3) $\Box p \supset p$
(4) $p \supset \Diamond p$
(5) $\Box{\sim}p \equiv {\sim}\Diamond p$
(6) $\Diamond{\sim}p \equiv {\sim}\Box p$
(7) $\Box(p \,\&\, q) \equiv (\Box p \,\&\, \Box q)$
(8) $\Diamond(p \vee q) \equiv (\Diamond p \vee \Diamond q)$
(9) $(\Box p \vee \Box q) \supset \Box(p \vee q)$
(10) $\Diamond(p \,\&\, q) \supset (\Diamond p \,\&\, \Diamond q)$
(11) $\Box(p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$
(12) $\Box p \supset \Box\Box p$
(13) $\Diamond\Diamond p \supset \Diamond p$
(14) $p \supset \Box\Diamond p$

Legea (3) captează ideea intuitivă conform căreia orice propoziție necesar adevărată, deci adevărată în *toate* lumile posibile, este adevărată şi în *această* lume (acum şi aici), iar legea (4) captează ideea intuitivă conform căreia propoziție adevărată în *această* lume (acum şi aici) este şi posibil adevărată. Conform legii (5), a spune că o propoziție este necesar falsă înseamnă a spune că nu este posibil (este imposibil) ca propoziția respectivă să fie adevărată, iar conform legii (6), a spune că o propoziție este posibil falsă înseamnă a spune că propoziția respectivă nu este necesar adevărată. Din altă perspectivă, legile (5) şi (6) arată cum se neagă formulele precedate de operatori modali, astfel încât semnul negației să nu apară decât pe variabile propoziționale. Iată un exemplu:

$$\sim\Box(p \ \& \ \Diamond{\sim}q) \equiv \Diamond{\sim}(p \ \& \ \Diamond{\sim}q) \equiv \Diamond({\sim}p \vee {\sim}\Diamond{\sim}q) \equiv \Diamond({\sim}p \vee \Box{\sim}{\sim}q) \equiv \Diamond({\sim}p \vee \Box q)$$

Conform legii logice (7), operatorul □ este distributiv şi poate fi scos ca „simbol comun" față de conjuncție şi conform legii logice (8), operatorul ◊ este distributiv şi poate fi scos ca „simbol comun" față de disjuncție. Întrucât reciprocele relațiilor logice exprimate de legile (9)-(11) nu au loc[20], legea (9) arată că operatorul □ are doar proprietatea inversă distributivității (scoaterea ca „simbol comun") față de disjuncție, legea (10) arată că operatorul ◊ este doar distributiv față de conjuncție şi, asemănător, legea (11) arată că operatorul □ este doar distributiv față de condițional.

Este discutabil dacă legile logice (12)-(14) reflectă cu acuratețe ideile noastre intuitive despre necesitate şi posibilitate. Vom expune în continuare câteva argumente în acest sens, formulate de Mark Sainsbury[21]. Astfel, conform legii (12), orice propoziție necesar adevărată este cu necesitate necesar adevărată sau, altfel spus, necesitatea oricărui adevăr nu este accidentală. Să presupunem că necesitatea nu este o trăsătură obiectivă a lumii, ci un produs al gândirii umane, precum şi că tiparele noastre de gândire sunt determinate de mutații întâmplătoare în evoluția speciei umane. Atunci nu este necesar să gândim aşa cum gândim, aşa încât ceva ce este *în fapt* un adevăr necesar ar fi putut fi altfel. De aici rezultă următoarea pereche de pretenții, incompatibilă cu (12):

Este necesar cazul că P;
Nu este necesar că este necesar cazul că P.

---

[20] Vezi exercițiul 10.

[21] Vezi Mark Sainsbury (1993).

Conform legii (13), orice propoziție care este în mod posibil posibilă este actualmente posibilă. Un caz împotriva acestei pretenții poate fi formulat după cum urmează. Calculatorul la care scriu acum, să-l numim c_0, nu ar fi putut să fie făcut din părți *cu totul diferite* de cele din care este făcut, căci un calculator făcut din părți cu totul diferite de cele din care este făcut calculatorul la care scriu acum nu ar mai fi c_0. Totuşi, calculatorul la care scriu acum ar fi putut să fie făcut din părți *uşor diferite* de cele din care este făcut (de pildă, ar fi putut să aibă o placă video mai puternică). Să exprimăm aceasta după cum urmează: un calculator c_1, făcut din părți uşor diferite de cele din care este făcut c_0 ar fi c_0, dacă diferențele dintre c_1 şi c_0 ar fi practic neglijabile. De asemenea, un calculator c_2, făcut din părți uşor diferite de cele din care este făcut c_1 ar fi c_1, dacă diferențele dintre c_2 şi c_1 ar fi practic neglijabile. Acum, gradul de diferențiere dintre calculatoare ar putea fi ales în aşa fel încât prin acumularea de diferențe să putem nega în mod rezonabil că c_0 ar fi putut să fie făcut din componentele din care este făcut c_2. Cu alte cuvinte, pe de o parte este rezonabil să afirmăm că *dacă*, aşa cum am văzut că este posibil, c_0 ar fi fost făcut din componentele lui c_1, atunci c_0 ar fi putut fi făcut din componentele lui c_2 şi, pe de altă parte este rezonabil să negăm că c_0 ar fi putut să fie făcut din componentele din care este făcut c_2. Analiza făcută aici poate fi exprimată prin următoarea pereche de pretenții, incompatibilă cu (13):

În mod posibil este posibil cazul că c_0 este făcut din componentele lui c_2;
Nu este posibil cazul că c_0 este făcut din componentele lui c_2.

Conform legii (14), care reprezintă o versiune mai tare a legii (4), orice propoziție adevărată în *această* lume (acum şi aici) sau, altfel spus, adevărată *în fapt*, este cu necesitate posibil adevărată. Putem fi de acord că orice propoziție adevărată în *această* lume (acum şi aici) este şi posibil adevărată, dar putem să respingem pretenția că orice propoziție adevărată în *această* lume (acum şi aici) este *cu necesitate* posibil adevărată. De pildă, să presupunem că propoziția „Am prins trenul X" este efectiv adevărată; aceasta arată că este posibil ca propoziția „Am prins trenul X" să fie adevărată. De aici nu rezultă că *este necesar* să fie posibil ca propoziția „Am prins trenul X" să fie adevărată, căci s-ar fi putut întâmpla ceva, astfel încât să fi întârziat şi deci să nu fi fost posibil să prind trenul X (chiar dacă, în fapt, am prins trenul X). Această analiză poate fi exprimată prin următoarea pereche de pretenții, incompatibilă cu (14):

Am prins trenul X
Nu este necesar să fie posibil cazul că am prins trenul X.

Întrucât regulile de interpretare (condițiile semantice) ale **LPM** generalizează regulile de interpretare (condițiile semantice) ale **LPC**, *dacă A este o lege logică în* **LPC***, atunci A este lege logică în* **LPM**. Mai mult, *dacă A este o lege logică în* **LPC***, atunci* $\Box A$ *este lege logică în* **LPM**. Aceasta reflectă ideea că o formulă A este o lege logică în **LPC** dacă şi numai dacă este logic imposibil ca formula A să ia valoarea *0*.

LPM are o proprietate interesantă, conform căreia *orice şir de modalități poate fi redus sau la* $\Box$, *sau la* $\Diamond$. Această proprietate este dată de faptul că următoarele formule sunt legi (echivalențe) logice în **LPM**:

(15) $\Box\Box p \equiv \Box p$ (17) $\Box\Diamond p \equiv \Diamond p$
(16) $\Diamond\Diamond p \equiv \Diamond p$ (18) $\Diamond\Box p \equiv \Box p$

De pildă, următorul lanț de echivalențe arată că formula $\Box\Box\Box\Diamond\Diamond\Box\Diamond p$ este echivalentă logic cu $\Diamond p$ (parantezele evidențiază reducerile):

$$\Box\Box\Box\Diamond\Diamond(\Box\Diamond)p \equiv \Box\Box\Box\Diamond(\Diamond\Diamond)p \equiv \Box\Box\Box(\Diamond\Diamond)p \equiv \Box\Box(\Box\Diamond)p \equiv \Box(\Box\Diamond)p \equiv \Box\Diamond p \equiv \Diamond p$$

Am arătat mai sus că unele legi logice ale **LPM** nu reflectă cu acuratețe ideile noastre intuitive despre necesitate şi posibilitate. Prin impunerea unor restricții asupra felului în care este considerat adevărul în lumile posibile se obțin logici modale în care formulele în discuție nu mai sunt legi logice. Restricțiile menționate apar prin considerarea unei relații între lumi posibile, notată cu R şi numită prin convenție „relație de accesibilitate”. Regulile de interpretare pentru operatorii modali se schimbă, după cum urmează:

R6*. O formulă $\Box A$ ia valoarea *1* în w_i ddacă A ia valoarea *1* în orice lume w_j din W pentru care w_iRw_j; de aici reiese că $\Box A$ ia valoarea *0* în w_i ddacă există cel puțin o lume w_j în W pentru care w_iRw_j, astfel încât A ia valoarea *0* în w_j.

R7*. O formulă $\Diamond A$ ia valoarea *1* în w_i ddacă există cel puțin o lume w_j în W pentru care w_iRw_j, astfel încât A ia valoarea *1* în w_j; de aici reiese că $\Diamond A$ ia valoarea *0* în w_i ddacă A ia valoarea *0* în orice lume w_j din W pentru care w_iRw_j.

Regulile inițiale pentru cei doi operatori modali sunt formulate pentru cazul în care R este *reflexivă* (pentru orice w_i din W avem $w_iR\ w_i$), *simetrică* (pentru orice w_i şi w_j din W, dacă w_iRw_j, atunci w_jRw_i) şi *tranzitivă* (pentru

orice w_i, w_j şi w_k din W, dacă w_iRw_j şi w_jRw_k, atunci w_iRw_k). Ştim că o relaţie care are toate aceste trei proprietăţi este o relaţie de echivalenţă (în sensul teoriei relaţiilor[22]). Astfel, în **S5** oricare două lumi sunt echivalente prin relaţia R sau, altfel spus, stau în relaţia R.

Dacă relaţia R este numai reflexivă, atunci nici una dintre formulele (12)-(14) nu mai este lege logică. Prin impunerea acestei restricţii şi aplicarea regulilor de interpretare R6* şi R7* se obţine un sistem de logică propoziţională modală cunoscut în literatura de specialitate ca sistemul **T**. Metoda de verificare a validităţii formulelor în **T** ţine seama de faptul că R este numai reflexivă. Exemplificăm pentru formula (12):

1. Presupunere: există cel puţin o mulţime W şi o lume w_i în W, astfel încât

$$V(\Box p \supset \Box\Box p, w_i) = 0$$

Din 1, prin R4, rezultă

2a. $V(\Box p, w_i) = 1$ şi 2b. $V(\Box\Box p, w_i) = 0$

Din 2b, prin R6*, rezultă

3. Există cel puţin o lume w_j în W pentru care w_iRw_j, astfel încât $V(\Box p, w_j) = 0$

Din 3, prin R6*, rezultă

4. Există cel puţin o lume w_k în W pentru care w_jRw_k, astfel încât $V(p, w_k) = 0$.

Din 2a, prin R6*, rezultă

5. Pentru orice w_j din W pentru care w_iRw_j, $V(p, w_j) = 1$

Întrucât din presupunerea făcută nu rezultă nici o contradicţie sau, altfel spus, rezultă valorizări consistente pentru singurul constituent ultim al formulei verificate, această formulă nu este lege logică în **T**.

De notat că din 5 nu rezultă că p trebuie să ia valoarea *1* în w_k: deşi are loc w_iRw_j (conform 3) şi w_jRw_k (conform 4) nu are loc w_iRw_k, deoarece în **T** relaţia R nu este tranzitivă. Astfel, în 4 şi în 5, p ia valori logice diferite *în lumi posibile diferite* (*0* în w_k şi *1* în w_j).

Evident, întrucât formulele (12) şi (13) nu sunt legi logice în **T**, formulele (15) şi (16) nu sunt legi logice în **T**. Apoi, se poate arăta, de asemenea, că nici formulele (16) şi (17) nu sunt legi logice în **T**[23]. De altfel,

[22] Vezi capitolul V, secţiunea 5.9.

[23] Vezi exerciţiul

nici o formulă care ar permite o reducere a modalităților nu este lege logică în **T**[24]. Ca atare, în **T**, prin adăugarea de operatori modali se pot obține mereu șiruri ireductibile de modalități, ceea ce reprezintă un mare neajuns al acestui sistem.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. Folosiți tabele cu bifurcații pentru a arăta că următoarele formule sunt legi logice, precum și că nici una dintre reciprocele acestor formule nu este lege logică:

1. $\rceil p \supset {\sim}p$
2. ${\sim}p \supset \rfloor p$
3. $\rceil p \supset \rfloor p$.
4. $(p \supset \rceil q) \supset (p \supset {\sim}q)$
5. $(p \,\&\, \rceil p) \supset (p \,\&\, {\sim}p)$

2. Demonstrați că un argument de forma „$A_1, \ldots, A_n$, *deci* B" este valid dacă și numai dacă formula $(A_1 \,\&\, \ldots \,\&\, A_n) \supset B$ este lege (implicație) logică.

3. Folosiți tabele cu bifurcații pentru a arăta că (16)-(22) – (subsecțiunea 7.1.4.) sunt forme de argumente valide.

4. Arătați că următoarele formule sunt legi logice, precum și că nici una dintre reciprocele acestor formule nu este lege logică:

$(p \nabla q) \to (p \vee q)$

$(p \to q) \to (p \supset q)$

$(p \leftrightarrow q) \to (p \equiv q)$

5. Pentru fiecare dintre următoarele formule ale **LPR**, corespunzătoare unor legi logice în **LPC**, stabiliți dacă este lege logică în **LPR**:

1. $(p \,\&\, q) \leftrightarrow (q \,\&\, p)$
2. $(p \nabla q) \leftrightarrow (q \nabla p)$
3. $p \to (p \nabla q)$
4. ${\sim}p \to (p \to q)$
5. $[(p \to q) \,\&\, (q \to r)] \to (p \to r)$
6. $(p \to q) \leftrightarrow ({\sim}q \to {\sim}p)$
7. $[p \,\&\, (q \nabla r)] \leftrightarrow [(p \,\&\, q) \nabla (p \,\&\, r)]$
8. $[p \nabla (q \,\&\, r)] \leftrightarrow [(p \nabla q) \,\&\, (p \nabla r)]$
9. $(p \,\&\, q) \leftrightarrow {\sim}({\sim}p \nabla {\sim}q)$
10. $(p \nabla q) \leftrightarrow {\sim}({\sim}p \,\&\, {\sim}q)$
11. ${\sim}(p \,\&\, q) \leftrightarrow ({\sim}p \nabla {\sim}q)$
12. ${\sim}(p \nabla q) \leftrightarrow ({\sim}p \,\&\, {\sim}q)$
13. $(p \to q) \leftrightarrow ({\sim}p \nabla q)$
14. $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \to q) \,\&\, (q \to p)]$

---

[24] Vezi G. E. Hughes și M. J. Cresswell (1972).

6. Pentru fiecare dintre următoarele forme de argumente, corespunzătoare unor forme de argumente valide în **LPC**, stabiliți dacă sunt forme de argumente valide în **LPR**:

1. $\dfrac{q}{p \to q}$

2. $\dfrac{\sim p}{p \to q}$

3. $\dfrac{p \to q, p}{q}$

4. $\dfrac{p \nabla q, \sim p}{q}$

5. $\dfrac{p, \sim q}{\sim(p \to q)}$

6. $\dfrac{p \to q, p \to \sim q}{\sim p}$

7. $\dfrac{p \to q}{\sim(p \,\&\, \sim q)}$

8. $\dfrac{\sim(p \to q)}{q \to p}$

7. Arătați că din definiția ◊*A* $=_{df}$ ~أ~*A* şi regula de interpretare a operatorului أ (R6) rezultă regula de interpretare a operatorului ◊ (R7).

8. Arătați că formulele (3)-(18) din secțiunea 7.3 sunt legi logice în **LPM**.

9. Arătați că reciprocele relațiilor logice exprimate de formulele (9), (10), (11) şi (14) din secțiunea 7.3 nu sunt legi logice în **LPM**.

10. Formalizați următoarele propoziții în limbajul **LPM** şi stabiliți dacă sunt propoziții logic adevărate (adevărate în virtutea formelor lor logice) în **LPM**:

1. Dacă în mod necesar, în cazul în care a existat un prim moment în timp, istoria universului de până acum este finită, atunci, în cazul în care trebuia să existe un prim moment în timp, istoria universului de până acum trebuia să fie finită.
2. Ceea ce este trebuie să fie.
3. Dacă este posibil să alergi 1 km în 4 minute şi, inevitabil, dacă alergi 1 km în patru minute, atunci alergi 1 km în 3½ minute, atunci este posibil să alergi 1 km în 3½ minute.

12. Arătați că formulele (13), (14), (16) şi (17) din secțiunea 7.3 nu sunt legi logice în sistemul **T**.

VIII. **ARGUMENTE PLAUZIBILE**

În primul volum al acestei lucrări am arătat că un **argument plauzibil** este un argument deductiv nevalid, dar a cărui concluzie dobândeşte un anumit grad de plauzibilitate în raport cu premisele, am dat câteva exemple de argumente plauzibile şi am făcut câteva consideraţii despre noţiunea de plauzibilitate a concluziei unui argument în raport cu premisele sale[1]. De asemenea, am arătat că, prin contrast cu argumentele plauzibile, argumentele valide pot fi numite **argumente certe**: dacă premisele unui argument valid sunt adevărate, atunci concluzia sa este cu necesitate adevărată, cea ce se poate exprima şi spunând că în lumina premiselor unui argument valid, concluzia sa este cert adevărată sau cu certitudine adevărată.

În acest capitol expunem un studiu al argumentelor plauzibile, utilizate mult mai frecvent decât cele certe în presă, drept, dezbaterile publice ş.a., în care identificăm principalele tipuri de argumente plauzibile, regulile acestora, precum şi factorii de care depinde creşterea sau descreşterea plauzibilităţii unei concluzii. Acest studiu este inspirat de unele idei din excelenta lucrare a matematicianului american George Pólya, consacrată procesului creaţiei matematice, *Matematica şi raţionamentele plauzibile*[2].

8.1. **Implicaţii certe şi implicaţii plauzibile**

Să presupunem că, într-un proces, un individ este învinuit de omucidere prin otrăvire. Astfel, acuzaţia este exprimată prin propoziţia

P: *Acuzatul a otrăvit victima*.

---

[1] Revedeţi capitolul I, secţiunea 1.5.

[2] Lucrarea a apărut în 1954 şi a fost tradusă în limba română în 1962. Deşi au trecut aproape cinci decenii de la apariţia acestei cărţi, ni se pare că studiul argumentelor plauzibile a fost insuficient aprofundat.

La începutul procesului, instanța trebuie să considere această propoziție ca pe o *ipoteză* care trebuie dovedită (*factum probandum*). Pentru a susține această ipoteză, acuzarea trebuie să dovedească faptul la care se referă propoziția

Q: *Acuzatul şi-a procurat otravă*.

Evident, la începutul procesului şi propoziția *Q* trebuie să fie considerată ca o ipoteză. Cu toate acestea, anumite considerații despre relația logică dintre cele două propoziții pot fi făcute de la bun început. Astfel, dacă *P* este adevărată*, Q* nu poate fi falsă. În general, vom formula, această caracteristică astfel: *în ipoteza că P este adevărată, Q este cu certitudine adevărată* sau, pe scurt,

(a) *Q cu P cert adevărată*

Date fiind două propoziții, *P* şi *Q*, care au această caracteristică, vom spune că propoziția *P* („antecedentul") *implică cert* propoziția *Q* („consecventul"), precum şi că propoziția condițională „Dacă *P*, atunci *Q*" este o *implicație certă*[3]. De asemenea, vom spune că propoziția *Q* este o *consecință certă* a ipotezei exprimate de propoziția *P*.

Revenind la exemplul de mai sus, dacă propoziția *Q* este falsă, atunci propoziția *P* nu poate fi adevărată: dacă acuzatul a otrăvit victima, atunci el a trebuit să-şi procure într-un fel sau altul otravă (prin cumpărare, furt sau în alt mod). În general, vom formula această caracteristică astfel: *în ipoteza că este falsă Q,, P este cu certitudine falsă* sau, pe scurt,

(b) *P fără Q cert falsă*.

Pe de altă parte, dacă *P* este falsă, *Q* nu este cu certitudine falsă: acuzatul ar fi putut să-şi procure otravă fără ca el să fi otrăvit victima. Totuşi, în lumina falsității propoziției *P*, faptul la care se referă propoziția *Q* este mai greu de explicat: de ce şi-ar fi procurat acuzatul otravă, dacă nu avea intenția să otrăvească pe cineva? Cu alte cuvinte, în lumina falsității propoziției *P*, propoziția *Q* apare ca fiind *mai puțin plauzibilă*. În general, vom formula

---

[3] În capitolele anterioare ne-am referit la relația logică descrisă aici prin termenul „implicație logică". Modificarea terminologiei se datorează introducerii distincției dintre două tipuri de implicație, după cum se va vedea în continuare.

această caracteristică astfel: *în ipoteza că P este falsă, Q este mai puțin plauzibilă* sau, pe scurt,

(c) *Q fără P mai puțin plauzibilă*.

În fine, dacă *Q* este adevărată, *P* nu este cu certitudine adevărată: procurarea otrăvii nu reprezintă prin sine dovada peremptorie că acuzatul a otrăvit victima. Totuşi, în lumina adevărului propoziției *Q*, propoziția *P* apare ca fiind *mai plauzibilă*: dacă acuzatul şi-a procurat otravă, atunci este mai plauzibil că acuzatul a otrăvit victima. În general, vom formula această caracteristică astfel: *în ipoteza că Q este adevărată, P este mai plauzibilă* sau, pe scurt,

(d) *P cu Q mai plauzibilă*.

În procesul penal, constituie probă (*factum probans*) orice fapt concret, determinat prin mărturii, acte, documente etc., care serveşte la constatarea existenței sau a inexistenței unei infracțiuni, la identificarea persoanei care a săvârşit-o şi la cunoaşterea împrejurărilor în care a fost săvârşită infracțiunea. În exemplul de mai sus, să presupunem că afirmația „Acuzatul şi-a procurat otravă" este înlocuită cu

Q: *Acuzatul a cumpărat substanță otrăvitoare din magazinul M în ziua Z*,

cu *M* şi *Z* precizate. Propoziția *Q* se referă acum la un *factum probans* propriu-zis, pe care acuzarea îl invocă în sprijinul ipotezei *P*. Ce putem spune în acest caz despre relația logică dintre *P* şi *Q*, fără să cunoaştem efectiv valoarea logică a propoziției *Q*? Mai întâi, acest exemplu nu satisface caracteristica (a): dacă *P* este adevărată, *Q* poate fi falsă, aşa încât *Q* cu *P* nu este cert adevărată, ceea ce înseamnă că *P* nu implică cert *Q*. Între *P* şi *Q* există, însă, o legătură mai slabă: dacă propoziția *P* este adevărată, atunci faptul la care se referă *Q* este mult mai uşor de explicat. Cu alte cuvinte, în lumina adevărului propoziției *P*, propoziția *Q* apare ca fiind *foarte plauzibilă*. În general, vom formula, această caracteristică astfel: *în ipoteza că P este adevărată, Q este foarte plauzibilă* sau, pe scurt,

(a′) *Q cu P foarte plauzibilă*.

Date fiind două propoziții, *P* şi *Q*, care au caracteristica (a′), vom spune că propoziția *P* („antecedentul") *implică plauzibil* propoziția *Q* („consecventul"), precum şi că propoziția condițională „Dacă *P*, atunci *Q*"

este o *implicație plauzibilă*. De asemenea, vom spune că propoziția *Q* este o *consecință plauzibilă* a ipotezei exprimate de propoziția *P*.

Este evident că al doilea exemplu nu satisface nici caracteristica (b), deoarece, dacă *Q* este falsă, *P* poate fi adevărată, aşa încât *P* fără *Q* nu este cert falsă. Totuşi, în lumina falsității propoziției *Q*, propoziția *P* apare ca fiind *mai puțin plauzibilă* sau, pe scurt,

(b′) *P fără Q mai puțin plauzibilă*

Pe de altă parte, ca şi în cazul primului exemplu, dacă *P* este falsă, *Q* nu este cu certitudine falsă. Totuşi *Q* fără *P* este mai greu de explicat decât *Q* împreună cu *P* (în ipoteza că *P* este adevărată). Cu alte cuvinte, *în ipoteza că P este falsă, Q nu este în aceeaşi măsură plauzibilă ca în ipoteza că P este adevărată* sau, pe scurt,

(c′) *Q fără P nu în aceeaşi măsură plauzibilă ca şi Q cu P.*

În fine, dacă *Q* este adevărată, nu suntem îndreptățiți să spunem că *P* este cu certitudine adevărată, dar în lumina adevărului propoziției *Q*, propoziția *P* apare ca fiind *mai plauzibilă*, pe scurt,

(d′) *P cu Q mai plauzibilă*

În cele ce urmează, vom indica şi descrie câteva tipuri de argumente în care una dintre premise este o implicație certă sau o implicație plauzibilă.

8.2. **Examinarea unei consecințe certe**

Să presupunem că dorim să aflăm dacă o propoziție *P* (o „ipoteză”) este adevărată; nu putem verifica direct propoziția *P* sau încercările de a verifica direct această propoziție nu au dus la nici un rezultat. Găsim, însă, o altă propoziție, *Q*, a cărei valoare logică nu o cunoaştem deocamdată, dar constatăm că *P* implică cert *Q*. Încercăm să verificăm consecința certă *Q*. În urma acestei verificări, constatăm că propoziția *Q* este falsă. Atunci, pe baza caracteristicii (b) a implicației certe, suntem îndreptățiți să tragem concluzia că propoziția *P* este cert falsă. Schema argumentului folosit în acest caz este următoarea:

(1)

P implică cert Q
Q falsă
___
P cert falsă

Aceasta este o schemă de argument cert, de tipul *modus tollens*. Regula de argumentare corespunzătoare schemei (1) este următoarea:

(i) *Infirmarea unui consecvent cert conduce la considerarea antecedentului său ca fiind cert fals*.

Demersul întreprins atunci când argumentăm conform regulii (i) poate fi şi următorul: încercăm să dovedim că o propoziţie *P* este falsă; pentru aceasta, căutăm o propoziţie falsă *Q*, astfel încât *P* să implice cert pe *Q*. Dacă reuşim, atunci suntem îndreptăţiţi să spunem că *P* este cu certitudine falsă. Acest tip de demers poate fi întâlnit uneori în argumentarea juridică. Într-un proces penal, acuzaţia este prezentată iniţial, după cum am mai arătat, ca o ipoteză pe care acuzarea încearcă să o facă cel puţin mai plauzibilă, iar apărarea caută să o infirme sau măcar să o facă mai puţin plauzibilă. Să notăm acuzaţia cu *P*. Dacă apărarea găseşte o consecinţă certă a lui *P*, *Q*, şi dovedeşte că este falsă *Q*, atunci judecătorii sunt îndreptăţiţi să tragă concluzia că acuzaţia *P* este cu certitudine falsă. Desigur, aceasta este o situaţie fericită pentru apărare şi mai ales pentru acuzat, dar nu este frecventă în practica juridică, unde apar de cele mai multe ori argumente plauzibile.

Să considerăm din nou situaţia descrisă la începutul acestei secţiuni, dar să presupunem acum că în urma verificării consecinţei certe *Q* am constatat că propoziţia *Q* este adevărată. În acest caz, pe baza caracteristicii (d) a implicaţiei certe suntem îndreptăţiţi să tragem doar concluzia că *P* este mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(2)

P implică cert Q
Q adevărată
___
P mai plauzibilă

Evident, (2) este o schemă de argument plauzibil. Regula de argumentare corespunzătoare schemei (2) este următoarea:

(ii) *Confirmarea unui consecvent cert conduce la considerarea antecedentului său ca fiind mai plauzibil*.

Demersul întreprins atunci când argumentăm conform regulii (i) poate fi şi următorul: încercăm să dovedim că o propoziţie *P* este mai plauzibilă; pentru aceasta, căutăm o propoziţie adevărată *Q*, astfel încât *P* să implice cert pe *Q*. Dacă reuşim, atunci suntem îndreptăţiţi să spunem că *P* este mai plauzibilă. Acest tip de demers este mai frecvent întâlnit în argumentarea juridică decât cel menţionat anterior. Pentru a face ca acuzaţia (*factum probandum*) să fie mai plauzibilă pentru instanţă, acuzarea prezintă un fapt incontestabil, sub forma unei propoziţii adevărate[4] *Q*, astfel încât *P* să implice cert pe *Q*.

În primele două cazuri prezentate mai sus, am presupus că în urma verificării consecinţei certe *Q* a unei ipoteze *P* am ajuns la un rezultat precis: *Q* falsă, respectiv *Q* adevărată. Verificarea unei consecinţe nu conduce întotdeauna la un astfel de rezultat. Să presupunem că nu am reuşit să infirmăm propoziţia *Q*, i.e. să dovedim că propoziţia *Q* este falsă, dar am reuşit să arătăm că propoziţia *Q* este mai puţin plauzibilă. Întrucât, în acest caz, premisa „*Q* mai puţin plauzibilă" este mai slabă decât cea de-a doua premisă a schemei (1), „*Q* falsă", nu mai suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că *P* este cert falsă; putem, însă, că tragem în mod rezonabil o concluzie mai slabă, şi anume că *P* este mai puţin plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(3)

P implică cert Q
Q mai puţin plauzibilă
―――――――――――――
P mai puţin plauzibilă

Pe de altă parte, să presupunem că nu am reuşit să confirmăm propoziţia *Q*, i.e. să dovedim că propoziţia *Q* este adevărată, dar am reuşit să arătăm că propoziţia *Q* este mai plauzibilă. Întrucât, în acest caz, premisa „*Q* mai plauzibilă" este mai slabă decât cea de-a doua premisă a schemei (2), „*Q* adevărată", nu mai suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că *P* este mai plauzibilă; putem, însă, să tragem în mod rezonabil o concluzie mai slabă, şi

[4] Evident, situaţia prezentată aici este mult simplificată.

anume că *P* este întrucâtva mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(4)

P implică cert Q
Q mai plauzibilă
____
P întrucâtva mai plauzibilă

Să considerăm cele patru scheme de mai sus în ordinea crescătoare a plauzibilităţii concluziilor lor, făcând abstracţie de prima premisă, întrucât în toate cazurile aceasta este de acelaşi tip: „*P* implică cert *Q*”. Obţinem următorul şir:

(1)	(3)	(4)	(2)
Q falsă	*Q mai puţin plauzibilă*	*Q mai plauzibilă*	*Q adevărată*
P cert falsă	*P mai puţin plauzibilă*	*P întrucâtva mai pl.*	*P mai plauzibilă*

Examinarea acestui şir ne permite formularea a încă două reguli de argumentare. Mai întâi, să observăm că în urma verificării consecventului unei implicaţii certe, plauzibilitatea antecedentului respectiv poate să crească, dar o asemenea verificare nu poate să conducă niciodată la considerarea antecedentului ca fiind cert adevărat sau, altfel spus, la confirmarea antecedentului (a ipotezei). Putem, deci, să formulăm următoarea regulă, referitoare la natura concluziei unui astfel de argument:

(iii) *Verificarea unui consecvent cert nu poate să conducă la confirmarea antecedentului său, ci doar la creşterea gradului de plauzibilitate a acestuia.*

Apoi, să admitem că pe parcursul unui demers argumentativ, plauzibilitatea unui consecvent cert creşte sau descreşte, treptat sau continuu, în urma verificării sale. Să presupunem, de pildă, că pe parcursul unui proces, apărarea face în aşa fel încât o consecinţă certă *Q* a acuzaţiei *P*, consecinţă prezentată de acuzare ca fiind mai plauzibilă, să devină mai puţin plauzibilă, apoi şi mai puţin plauzibilă, apoi abia plauzibilă şi, în sfârşit, o mărturie zdrobitoare arată că propoziţia *Q* este falsă. În această situaţie, plauzibilitatea acuzaţiei *P* descreşte: *P* devine din ce în ce mai puţin plauzibilă şi în cele din urmă apare ca fiind cert falsă. Ne putem imagina, desigur, şi situaţia în care

acuzarea face ca propoziția *Q*, care inițial apăruse ca mai puțin plauzibilă, să devină mai plauzibilă, apoi şi mai plauzibilă, iar în cele din urmă prezintă o dovadă hotărâtoare care arată că propoziția *Q* este adevărată. În această situație, plauzibilitatea acuzației *P*, care, după cum am presupus, implică cert pe *Q*, creşte corespunzător, de la *P* mai puțin plauzibilă inițial la *P* mai plauzibilă în final. Putem, deci, să formulăm o regulă care evidențiază un factor de care depinde gradul de plauzibilitate a concluziei unui astfel de argument. Vom numi acest factor *plauzibilitatea unui consecvent cert, stabilită după verificarea acestuia*.

(iv) *Plauzibilitatea antecedentului unei implicații certe variază în acelaşi sens cu plauzibilitatea consecventului implicației, stabilită după verificarea acestuia*.

Vom evidenția în continuare un factor de care depinde gradul de plauzibilitate a unei ipoteze care apare ca antecedent al unei implicații certe cu consecvent adevărat. Să considerăm din nou primul exemplu prezentat în secțiunea 8.1.:

P: *Acuzatul a otrăvit victima*.
Q: *Acuzatul şi-a procurat otravă*.

Să presupunem că acuzatul este paznic de noapte şi că acuzarea prezintă probe, pe care chiar apărarea le apreciază ca incontestabile, care arată că propoziția *Q* este adevărată. Conform regulii (iii), confirmarea lui *Q* nu conduce la considerarea propoziției *P* ca fiind cert adevărată, dar face ca *P* să fie mai plauzibilă. Acuzarea poate, însă, să arate că în lumina faptului la care se referă *Q*, plauzibilitatea lui *P* este foarte mare. Astfel, acuzarea poate sublinia că procurarea otrăvii este un fapt cu totul ieşit din comun pentru un om obişnuit şi ca atare este foarte greu de explicat, dacă acuzatul nu ar fi avut ca scop otrăvirea victimei. Pe scurt, acuzarea se va strădui să evidențieze că fără *P*, propoziția *Q* este abia plauzibilă, ceea ce face ca *P* considerată împreună cu *Q* să fie foarte mult mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(5)

P implică cert Q
Q fără P abia plauzibilă
Q adevărată

P foarte mult mai plauzibilă

Ce poate face acum apărarea? Apărătorul nu poate ataca direct pe *Q*, el însuşi recunoscând că probele prezentate de acuzare în favoarea lui *Q* sunt incontestabile. Apărătorul poate, însă, să arate că acuzatul, pe lângă ocupaţia lui de paznic de noapte, are o profesie pe care o exercită în timpul disponibil şi care impune achiziţii frecvente de substanţe otrăvitoare (de pildă, lucrează la o firmă particulară de deratizare). Astfel, procurarea de substanţă otrăvitoare devine mult mai uşor de explicat fără ipoteza că acuzatul a otrăvit victima. Pe scurt, apărarea se va strădui să evidenţieze că fără *P*, propoziţia *Q* este foarte mult mai plauzibilă, ceea ce face ca *P* considerată împreună cu *Q* să fie foarte puţin mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(6)

P implică cert Q
Q fără P foarte mult mai plauzibilă
Q adevărată
____
P foarte puţin mai plauzibilă

Să admitem că pe parcursul unui demers argumentativ, plauzibilitatea lui *Q* fără *P* creşte, treptat sau continuu, de la *Q* fără *P* abia plauzibilă la *Q* fără *P* foarte mult mai plauzibilă. Compararea schemelor (5) şi (6) ne arată că într-o astfel de situaţie, plauzibilitatea propoziţiei *P* descreşte corespunzător, de la *P* foarte mult mai plauzibilă la *P* foarte puţin mai plauzibilă. Este evident că dacă plauzibilitatea lui *Q* fără *P* descreşte, plauzibilitatea propoziţiei *P* creşte. Putem, deci, să formulăm o regulă care evidenţiază un factor de care depinde gradul de plauzibilitate a concluziei unui argument de tipul (2). Vom numi acest factor *plauzibilitatea unui consecvent cert, considerată înainte de verificare, în ipoteza că antecedentul nu este adevărat*.

(v) *Plauzibilitatea antecedentului unei implicaţii certe cu consecvent adevărat variază în sens invers cu plauzibilitatea consecventului, considerată înainte de verificare, în ipoteza că antecedentul nu este adevărat*.

Urmând uzanţele, vom spune că (1) şi (2) sunt scheme de *argumente ipotetico-categorice*. Termenul „ipotetic" arată că una dintre premise – cea de forma „*P implică cert Q*" – poate fi redată ca o propoziţie condiţională („ipotetică"), iar termenul „categoric" arată că cealaltă premisă enunţă adevărul, respectiv falsitatea uneia dintre componentele premisei ipotetice. Spre deosebire de schemele (1) şi (2), în schemele (3) şi (4), premisa care

enunță rezultatul verificării consecventului Q nu mai este categorică. Urmând terminologia introdusă de George Pólya, vom spune că (3) şi (4) sunt scheme de *argumente ipotetice atenuate*. Termenul „atenuat” arată că argumentul respectiv a fost obținut prin slăbirea premisei secunde a argumentului ipotetico-categoric corespunzător: „Q mai puțin plauzibilă” în loc de „Q falsă”, respectiv „Q mai plauzibilă” în loc de „Q adevărată”. În fine, vom spune că (5) şi (6) sunt scheme de *argumente ipotetico-categorice calificate*. Termenul „calificat” arată că argumentul respectiv a fost obținut prin adăugarea unui calificativ primei premise a unui argument de tipul (2): „Q fără P abia plauzibilă”, respectiv „Q fără P foarte mult mai plauzibilă”.

8.3. **Examinarea succesivă a mai multor consecințe certe**

Am studiat până acum plauzibilitatea unei ipoteze în lumina verificării *unei* consecințe certe a propoziției respective. O ipoteză P poate avea mai multe consecințe– Q_1, Q_2, …, Q_n – astfel încât

P implică cert Q_1
P implică cert Q_2
…………………
P implică cert Q_n

Acest şir poate fi scris sub forma

P implică cert Q_1 *şi* Q_2 *şi … şi* Q_n

În ce mod depinde plauzibilitatea ipotezei P de examinarea succesivă a consecințelor sale certe? Distingem aici două cazuri principale. Mai întâi, dacă cel puțin una dintre consecințele ipotezei P se dovedeşte a fi falsă, atunci, conform regulii (i), vom trage concluzia că P este cert falsă. Prin urmare, dacă examinăm pe rând consecințele respective, identificarea unei consecințe false face inutilă continuarea procesului de verificare a altor consecințe. Să presupunem apoi că fiecare dintre consecințele Q_1, …, Q_n s-a dovedit a fi adevărată. Avem acum *două subcazuri*. Dacă Q_1, …, Q_n sunt *toate* consecințele ipotezei P, atunci suntem îndreptățiți să tragem concluzia că P este cu certitudine adevărată. Schema argumentului este următoarea:

(7)

P implică cert Q_1 *şi* Q_2 *şi … şi* Q_n
$Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ *adevărate*
$Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ *sunt toate consecinţele lui P*

P cert adevărată

Este evident că schema de argument cert (7) se poate aplica atunci când numărul de consecinţe certe ale unei ipoteze este finit şi relativ mic, astfel încât fiecare dintre ele poate fi verificată.

Al doilea subcaz, cel mai frecvent întâlnit, este cel în care $Q_1, \ldots, Q_n$ sunt *doar unele* dintre consecinţele ipotezei *P*, fie pentru că numărul de consecinţe ale lui *P* este finit, dar este atât de mare încât este practic imposibil să identificăm şi să examinăm acele consecinţe, fie pentru că mulţimea consecinţelor lui *P* este potenţial infinită, astfel că este în principiu imposibil (teoretic imposibil) să le identificăm şi să le examinăm. Care sunt acum factorii de care depinde creşterea gradului de plauzibilitate a ipotezei *P*?

Să presupunem că am verificat o primă consecinţă certă, Q_1, şi am constatat că este adevărată. Conform regulii (ii), vom trage concluzia că *P* este mai plauzibilă. Dacă am identificat o nouă consecinţă certă, Q_2, şi am constatat că şi Q_2 este adevărată, atunci încrederea pe care o acordăm ipotezei *P* creşte, fără, însă, să putem spune *cât* de mare este această creştere. Tot ce putem spune este că plauzibilitatea lui *P* după confirmarea consecinţei suplimentare Q_2 este mai mare decât plauzibilitatea lui *P* după confirmarea doar a consecinţei Q_1. Putem formula acum următoarea regulă:

(vi) *O ipoteză este cu atât mai plauzibilă, cu cât are un număr mai mare de consecinţe confirmate (presupunând că nu am întâlnit nici o consecinţă falsă).*

Această regulă evidenţiază un factor de care depinde creşterea gradului de plauzibilitate a unei ipoteze: *numărul de consecinţe confirmate*, presupunând că nu am întâlnit nici o consecinţă falsă. Acestui factor nu trebuie să i se acorde o importanţă prea mare. Dacă numărul de consecinţe confirmate este foarte mare, să zicem 5000, încă o consecinţă confirmată nu va conduce la o creştere semnificativă a plauzibilităţii ipotezei respective.

Pe de altă parte, unele consecinţe suplimentare contribuie mai mult decât altele la creşterea gradului de plauzibilitate a unei ipoteze. Să presupunem că am descoperit o nouă consecinţă certă Q_2, care diferă mult de

Q_1, de pildă se referă la un fapt care pare să nu aibă nici o legătură cu faptul la care se referă Q_1. În această situaţie se vădeşte că ipoteza respectivă are o mare putere explicativă sau, altfel spus, confirmarea lui Q_2 face ca ipoteza respectivă să fie mult mai plauzibilă:

(8)

P implică cert Q_1 şi Q_2
Q_2 diferă mult de Q_1
Q_1,Q_2 adevărate

P mult mai plauzibilă

Dacă, însă, noua consecinţă Q_2 diferă puţin de Q_1 (seamănă mult cu Q_1), de pildă se referă la un fapt care are multe trăsături comune cu faptul la care se referă Q_1, atunci confirmarea lui Q_2 nu conduce la creşterea semnificativă a plauzibilităţii ipotezei *P*:

(9)

P implică cert Q_1 şi Q_2
Q_2 diferă puţin de Q_1
Q_1,Q_2 adevărate

P puţin mai plauzibilă

Comparând schemele (8) şi (9), putem formula o regulă care evidenţiază un alt factor de care depinde creşterea gradului de plauzibilitate a unei ipoteze, şi anume *diversitatea consecinţelor confirmate*:

(vii) *O ipoteză este cu atât mai plauzibilă, cu cât o nouă consecinţă confirmată a sa diferă mai mult de consecinţele sale confirmate anterior (presupunând că nu am întâlnit nici o consecinţă falsă)*.

Regula (vii) are un corolar pragmatic: deoarece confirmarea unei noi consecinţe este cu atât mai importantă, cu cât aceasta diferă mai mult de consecinţele confirmate anterior, atunci când examinăm consecinţele unei ipoteze vom alege pentru verificare acele consecinţe care diferă mult între ele.

Să presupunem acum că după confirmarea unei consecinţe certe Q_1 a ipotezei *P* am descoperit o nouă consecinţă certă Q_2, care, în lumina adevărului consecinţei Q_1, apare ca fiind abia plauzibilă. Cu alte cuvinte, comparând cele două consecinţe, ne dăm seama că Q_2 are mari „şanse" să se dovedească a fi falsă şi astfel să infirme ipoteza *P*. Q_2 apare ca un caz a cărui

eventuală confirmare ar fi surprinzătoare, judecând după consecința anterior confirmată Q_1. Dacă, cu toate acestea, Q_2 este în cele din urmă confirmată, încrederea noastră în ipoteza *P* care „a rezistat" unui astfel de test crește foarte mult. Schema argumentului folosit este următoarea:

(10)

P implică cert Q_1 *și* Q_2
Q_2 *cu* Q_1 *abia plauzibilă*
Q_1,Q_2 *adevărate*

P foarte mult mai plauzibilă

Pe de altă parte, dacă Q_2 apare ca foarte mult mai plauzibilă în lumina adevărului consecinței Q_1, adică prin compararea celor două consecințe ne dăm seama că avem temeiuri serioase să ne așteptăm ca propoziția Q_2 să se confirme, confirmarea efectivă a consecinței Q_2 nu va adăuga prea mult la încrederea noastră în ipoteza *P*. Q_2 apare acum ca un caz a cărui eventuală infirmare ar fi surprinzătoare. Schema argumentului folosit în acest caz este următoarea:

(11)

P implică cert Q_1 *și* Q_2
Q_2 *cu* Q_1 *foarte mult mai plauzibilă*
Q_1,Q_2 *adevărate*

P puțin mai plauzibilă

Să admitem că plauzibilitatea lui Q_2 în raport cu Q_1 crește, treptat sau continuu, de la Q_2 cu Q_1 abia plauzibilă la Q_2 cu Q_1 foarte mult mai plauzibilă. Compararea schemelor (10) și (11) ne arată că în această situație, plauzibilitatea lui *P* descrește corespunzător, de la *P* foarte mult mai plauzibilă la *P* puțin mai plauzibilă. Reciproc, dacă plauzibilitatea lui Q_2 în raport cu Q_1 descrește, plauzibilitatea lui *P* crește. Putem acum să formulăm o regulă care evidențiază factorul *plauzibilitatea unei noi consecințe în raport cu consecințele confirmate anterior*:

(viii) *Plauzibilitatea unei ipoteze datorată confirmării unei noi consecințe variază în sens invers cu plauzibilitatea noii consecințe, considerată înainte de verificare, în raport cu consecințele confirmate anterior ale acelei ipoteze*.

Şi regula (viii) are un corolar pragmatic: atunci când examinăm consecinţele unei ipoteze, vom alege pentru verificare cu precădere acele consecinţe care apar ca mai puţin plauzibile în raport cu consecinţele anterior confirmate. Eventuala confirmare a unei astfel de consecinţe va întări mult încrederea acordată ipotezei, iar eventuala infirmare va duce imediat la considerarea acelei ipoteze ca fiind cert falsă şi deci la eliminarea sa.

Ca şi schemele (5) şi (6), schemele (8) – (11) reprezintă precizări şi completări ale schemei de bază (2), astfel că (8) – (11) pot fi numite *scheme de argumente ipotetico-categorice calificate*.

8.4. **Examinarea unei ipoteze posibile**

Să presupunem că dorim să aflăm dacă o propoziţie *Q* este adevărată; nu putem verifica direct propoziţia *Q* sau încercările de a verifica direct această propoziţie nu au dus la nici un rezultat. Găsim, însă, o altă propoziţie, *P*, a cărei valoare logică nu o cunoaştem deocamdată, dar constatăm că *P* implică cert *Q*. Propoziţia *P* ne apare ca o ipoteză (*explanans*) posibilă pentru *Q*. Încercăm acum să verificăm ipoteza posibilă *P*. În urma verificării lui *P* constatăm că *P* este adevărată. Pe baza caracteristicii (a) a implicaţiei certe suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că propoziţia *Q* este cert adevărată. Schema argumentului folosit este următoarea:

(12)

P implică cert Q
P adevărată
―――――――――
Q cert adevărată

Aceasta este o schemă de argument ipotetico-categoric cert, de tipul *modus ponens*. Regula de argumentare corespunzătoare schemei (12) este următoarea:

(ix) *Confirmarea antecedentului unei implicaţii certe conduce la considerarea consecventului său ca fiind cert adevărat*.

Demersul întreprins atunci când argumentăm conform regulii (ix) poate fi şi următorul: încercăm să dovedim că o propoziţie *Q* este adevărată; pentru aceasta, căutăm o propoziţie adevărată *P*, astfel încât *P* să implice cert pe *Q*. Dacă reuşim, atunci suntem îndreptăţiţi să spunem că propoziţia *Q* este cu certitudine adevărată. De pildă, să presupunem că într-un proces în care un

conducător auto este acuzat de comiterea unui accident de circulație, avocatul arată că accidentul era greu de evitat, deoarece asfaltul era ud, aşa încât frânarea a fost îngreunată. Pentru a dovedi că asfaltul era ud (*Q*), avocatul prezintă un document de la INMH, care atestă că în zona care cuprinde şi locul unde s-a petrecut accidentul a plouat (*P*). Întrucât *P* („a plouat”) implică cert *Q* („asfaltul era ud”) şi *P* este adevărată, *Q* este cu certitudine adevărată.

Întorcându-ne la situația descrisă la începutul acestei secțiuni, să presupunem că în urma verificării ipotezei posibile *P* am constatat că *P* este falsă. În acest caz, pe baza caracteristicii (c) a implicației certe suntem îndreptățiți să tragem concluzia că propoziția *Q* este mai puțin plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(13)

P implică cert Q
P falsă
___
Q mai puțin plauzibilă

Aceasta este o schemă de argument ipotetico-categoric plauzibil, căreia îi corespunde următoarea regulă de argumentare:

(x) *Infirmarea antecedentului unei implicații certe conduce la considerarea consecventului său ca mai puțin plauzibil.*

În exemplul nostru, dacă nu a plouat, este doar mai puțin plauzibil că asfaltul nu a fost ud, căci este posibil ca asfaltul să fi fost udat de o maşină a serviciului de salubritate, să se fi spart o țeavă etc.

Să presupunem acum că nu am reuşit să confirmăm propoziția *P*, i.e. să dovedim că *P* este adevărată, dar am reuşit să arătăm că *P* este mai plauzibilă. Întrucât, în acest caz, premisa „*P* mai plauzibilă” este mai slabă decât cea de-a doua premisă a schemei (12), „*P* adevărată”, nu mai suntem îndreptățiți să tragem concluzia că propoziția *Q* este cert adevărată; putem, însă, că tragem în mod rezonabil o concluzie mai slabă, şi anume că propoziția *Q* este mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(14)

P implică cert Q
P mai plauzibilă
___
Q mai plauzibilă

Pe de altă parte, să presupunem că *P* nu a fost infirmată, dar s-a dovedit a fi mai puţin plauzibilă. Întrucât, în acest caz, premisa „*P* mai puţin plauzibilă” este mai slabă decât cea de-a doua premisă a schemei (13), „*P* falsă”, nu mai suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că propoziţia *Q* este mai puţin plauzibilă, dar putem să tragem o concluzie mai slabă, şi anume că propoziţia *Q* este întrucâtva mai puţin plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(15)
P implică cert Q
P mai puţin plauzibilă
———————————————
Q întrucâtva mai puţin plauzibilă

Aici, adverbul „întrucâtva” arată că în schema (15) concluzia este mai slabă decât cea obţinută conform schemei (13).

Prin contrast cu schemele (12) şi (13), (14) şi (15) sunt scheme de argumente ipotetice atenuate. Ca şi în secţiunea 8.2, termenul „atenuat” arată că argumentul respectiv a fost obţinut prin slăbirea premisei secunde a argumentului ipotetico-categoric corespunzător: „*P* mai plauzibilă” în loc de „*P* adevărată” şi respectiv „*P* mai puţin plauzibilă” în loc de „*P* falsă”.

Să considerăm cele patru scheme de mai sus în ordinea descrescătoare a plauzibilităţii concluziilor lor, făcând abstracţie de prima premisă, întrucât în toate cazurile aceasta este de acelaşi tip: „*P* implică cert *Q*”. Obţinem următorul şir:

(12)	(14)	(15)	(13)
P adevărată	*P mai plauzibilă*	*P mai puţin plauzibilă*	*P falsă*
Q cert adev.	*Q mai plauzibilă*	*Q întrucâtva mai puţin pl.*	*Q mai puţin plauzibilă*

Să observăm că în urma verificării antecedentului unei implicaţii certe (a unei ipoteze posibile), plauzibilitatea consecventului acesteia poate să scadă, dar o asemenea verificare nu poate să conducă niciodată la considerarea consecventului ca fiind cert fals sau, altfel spus, la infirmarea consecventului. Putem, deci, să formulăm următoarea regulă, referitoare la natura concluziei unui astfel de argument:

(xi) *Verificarea unui antecedent al unei implicații certe nu poate să conducă la infirmarea consecventului său, ci doar la scăderea gradului de plauzibilitate a acestuia.*

Apoi, să admitem că pe parcursul unui demers argumentativ, plauzibilitatea antecedentului *P* al unei implicații certe descrește, treptat sau continuu, de la *P* mai plauzibilă la *P* falsă. În această situație, plauzibilitatea consecventului *Q* descrește corespunzător, de la *Q* mai plauzibilă la *Q* mai puțin plauzibilă. Dacă, însă, plauzibilitatea lui *P* crește, treptat sau continuu, de la *P* mai puțin plauzibilă la *P* adevărată, atunci plauzibilitatea lui *Q* crește corespunzător, de la *Q* întrucâtva mai puțin plauzibilă la *Q* cert adevărată. Obținem astfel o regulă care evidențiază un factor de care depinde gradul de plauzibilitate a concluziei unui astfel de argument. Vom numi acest factor *plauzibilitatea antecedentului unei implicații certe, stabilită după verificarea acestuia*.

(xii) *Plauzibilitatea consecventului unei implicații certe variază în același sens cu plauzibilitatea antecedentului implicației, stabilită după verificarea acestuia*.

Ca în ultimul exemplu de mai sus, să notăm propoziția „a plouat" cu *P* și propoziția asfaltul era ud" cu *Q*. Să presupunem o situație în care știm că serviciul de salubritate funcționează foarte prost, astfel încât, dacă asfaltul era ud, deci *Q* este adevărată, atunci este foarte mult mai plauzibil că a plouat. Pe scurt, într-o astfel de situație, *P* cu *Q* este foarte mult mai plauzibilă, ceea ce face ca propoziția *Q* considerată fără *P* să fie foarte puțin mai plauzibilă. În acest caz, dacă s-a dovedit că *P* este falsă, atunci suntem îndreptățiți să tragem concluzia că propoziția *Q* este foarte puțin mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(16)

P implică cert Q
P cu Q foarte mult mai plauzibilă
P falsă

Q foarte puțin mai plauzibilă

Dacă, însă, am ști că este vorba despre o perioadă foarte secetoasă și că serviciul de salubritate funcționează foarte bine (asfaltul este udat de trei ori pe zi, să zicem), atunci *P* cu *Q* este abia plauzibilă, ceea ce face ca propoziția

Q considerată fără *P* să fie foarte mult mai plauzibilă. În acest caz, dacă s-a dovedit că *P* este falsă, atunci suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că propoziţia *Q* este foarte mult mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(17)
P implică cert Q
P cu Q abia plauzibilă
P falsă
———————————
Q foarte mult mai plauzibilă

(16) şi (17) sunt scheme de argumente ipotetico-categorice calificate. Termenul „calificat” arată că argumentul respectiv este obţinut prin adăugarea unui calificativ primei premise a unui argument de tipul (13).

Să admitem că pe parcursul unui demers argumentativ, plauzibilitatea lui *P* cu *Q* descreşte, treptat sau continuu, de la *P* cu *Q* foarte mult mai plauzibilă la *P* cu *Q* abia plauzibilă. Compararea schemelor (16) şi (17) ne arată că într-o astfel de situaţie, plauzibilitatea propoziţiei *Q* creşte corespunzător, de la *Q* foarte puţin mai plauzibilă la *Q* foarte mult mai plauzibilă. Dacă, însă, plauzibilitatea lui *P* cu *Q* creşte, plauzibilitatea propoziţiei *Q* descreşte. Putem astfel să formulăm o regulă care evidenţiază un factor de care depinde plauzibilitatea concluziei unui argument de tipul (13). Vom numi acest factor *plauzibilitatea înainte de verificare a antecedentului unei implicaţii certe, presupunând consecventul adevărat.*

(xiii) *Plauzibilitatea consecventului unei implicaţii certe cu antecedent fals variază în sens invers cu plauzibilitatea înainte de verificare a antecedentului implicaţiei, presupunând consecventul adevărat.*

8.5. **Examinarea succesivă a mai multor ipoteze posibile**

Uneori, pentru o propoziţie *Q* putem găsi mai multe propoziţii $P_1, P_2, \ldots, P_n$, astfel încât

P_1 *implică cert Q*
P_2 *implică cert Q*
…………………
P_n *implică cert Q*

Acest şir poate fi scris sub forma

P_1 sau P_2 sau … sau P_n implică cert Q[5]

Fiecare dintre propoziţiile P_1, P_2, …, P_n apare ca o ipoteză posibilă pentru *Q*. În ce mod depinde plauzibilitatea lui *Q* de examinarea succesivă a ipotezelor sale posibile? Şi aici avem două cazuri principale. Mai întâi, dacă cel puţin una dintre ipotezele posibile ale lui *Q* se dovedeşte a fi adevărată, atunci, conform regulii (ix), vom trage concluzia că propoziţia *Q* este cert adevărată. Prin urmare, atunci când examinăm pe rând ipotezele posibile respective, identificarea unei ipoteze adevărate face inutilă continuarea procesului de verificare a altor ipoteze. Reluând exemplul dat în secţiunea anterioară, dacă s-a dovedit că în zona respectivă a plouat, atunci este inutil să mai verificăm dacă în zona respectivă a trecut o maşină a serviciului de salubritate sau dacă s-a spart o ţeavă. Să presupunem apoi că fiecare dintre ipotezele posibile P_1, …, P_n s-a dovedit a fi falsă. Aici distingem două subcazuri. Dacă P_1, …, P_n sunt *toate* ipotezele posibile pentru *Q*, atunci suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că propoziţia *Q* este cert falsă:

(18)

P_1 sau P_2 sau … sau P_n implică cert B
P_1, P_2, …, P_n false
P_1, P_2, …, P_n sunt toate ipotezele lui Q
———————————————
Q cert falsă

Schema de argument cert (18) este aplicabilă doar atunci când numărul de ipoteze posibile ale unei propoziţii este finit şi relativ mic, astfel încât fiecare dintre ele poate fi verificată.

Care sunt factorii de care depinde scăderea gradului de plauzibilitate a unei propoziţii *Q*, atunci când nu putem identifica şi verifica toate ipotezele sale posibile sau, altfel spus, atunci când P_1, …, P_n sunt *doar unele* dintre ipotezele posibile ale lui *Q*? Să presupunem că am identificat o primă ipoteză posibilă, P_1, şi am constatat că este falsă. Conform regulii (x), vom trage concluzia că propoziţia *Q* este mai puţin plauzibilă. Dacă am identificat o nouă ipoteză posibilă, P_2, şi am constatat că şi această ipoteză este falsă, atunci plauzibilitatea lui *Q* scade. Nu putem spune *cât* de mult scade

[5] Aici, „sau” este utilizat neexclusiv. Vezi exerciţiul 2.

plauzibilitatea lui *Q*, dar putem spune că plauzibilitatea lui *Q* după infirmarea ipotezei P_2 este mai mică decât plauzibilitatea lui *Q* după infirmarea doar a ipotezei P_1. Putem formula următoarea regulă:

(xiv) *O consecinţă este cu atât mai puţin plauzibilă, cu cât are un număr mai mare de ipoteze posibile infirmate (presupunând că nu am întâlnit nici o ipoteză adevărată)*.

Această regulă evidenţiază un factor de care depinde scăderea gradului de plauzibilitate a unei consecinţe: *numărul de ipoteze infirmate*, presupunând că nu am întâlnit nici o ipoteză adevărată. Desigur, după infirmarea unui număr destul de mare de ipoteze posibile, gradul de plauzibilitate a consecinţei respective nu mai scade semnificativ.

Totuşi, unele ipoteze posibile infirmate contribuie mai mult decât altele la scăderea gradului de plauzibilitate a unei consecinţe. Să presupunem că am identificat o nouă ipoteză P_2, care diferă mult de P_1, de pildă se referă la un domeniu diferit de cel la care se referă P_1. În această situaţie, infirmarea lui P_2 face ca respectiva consecinţă *Q* să fie mult mai puţin plauzibilă:

(19)

P_1 sau P_2 implică cert Q
P_2 diferă mult de P_1
P_1, P_2 false
___
Q mult mai puţin plauzibilă

Dacă, însă, noua ipoteză P_2 diferă puţin de P_1 (seamănă mult cu P_1), atunci infirmarea lui P_2 nu conduce la o scădere semnificativă a plauzibilităţii consecinţei *Q*:

(20)

P_1 sau P_2 implică cert Q
P_2 diferă puţin de P_1
P_1, P_2 false
___
Q puţin mai puţin plauzibilă

Comparând schemele (19) şi (20) putem să formulăm o regulă care evidenţiază un alt factor de care depinde scăderea gradului de plauzibilitate a unei consecinţe, şi anume *diversitatea ipotezelor posibile infirmate*:

(xv) *O consecinţă este cu atât mai puţin plauzibilă, cu cât o ipoteză posibilă a sa care a fost infirmată diferă mai mult de alte ipoteze posibile infirmate anterior (presupunând că nu am întâlnit nici o ipoteză adevărată)*.

Să presupunem acum că după infirmarea unei ipoteze posibile P_1 a lui Q am identificat o nouă ipoteză posibilă P_2, foarte mult mai plauzibilă în raport cu P_1. Cu alte cuvinte, comparând cele două ipoteze, ne dăm seama că P_2 are mari „şanse" să se dovedească a fi adevărată şi astfel să conducă la confirmarea consecinţei Q. P_2 apare ca un caz a cărui eventuală infirmare ar fi surprinzătoare, judecând după ipoteza anterior infirmată P_1. Dacă, cu toate acestea, P_2 este în cele din urmă infirmată, încrederea noastră în consecinţa Q scade foarte mult. Schema argumentului folosit este următoarea:

(21)

P_1 sau P_2 implică cert Q
P_2 cu P_1 foarte mult mai plauzibilă
P_1, P_2 false

Q foarte mult mai puţin plauzibilă

Dacă, însă, P_2 apare ca abia plauzibilă în raport cu P_1 sau, altfel spus, dacă P_2 apare ca un caz a cărui eventuală confirmare ar fi surprinzătoare, judecând după ipoteza anterior infirmată P_1, atunci infirmarea lui P_2 nu conduce la o scădere semnificativă a plauzibilităţii consecinţei Q:

(22)

P_1 sau P_2 implică cert Q
P_2 cu P_1 abia plauzibilă
P_1, P_2 false

Q puţin mai puţin plauzibilă

Procedând într-o manieră care ne este deja familiară, să admitem că plauzibilitatea lui P_2 în raport cu P_1 descreşte, treptat sau continuu, de la P_2 cu P_1 foarte mult mai plauzibilă la P_2 cu P_1 abia plauzibilă. Compararea schemelor (21) şi (22) ne arată că în această situaţie, plauzibilitatea lui Q creşte corespunzător, de la Q foarte mult mai puţin plauzibilă la Q puţin mai puţin plauzibilă. Reciproc, dacă plauzibilitatea lui P_2 cu P_1 creşte, plauzibilitatea lui Q descreşte. Putem, aşadar, să formulăm o regulă care

evidențiază factorul *plauzibilitatea unei noi ipoteze posibile în raport cu ipotezele posibile infirmate anterior*:

(xvi) *Plauzibilitatea unei consecințe datorată infirmării unei noi ipoteze variază în sens invers cu plauzibilitatea înainte de verificare a noii ipoteze în raport cu ipotezele infirmate anterior ale acelei consecințe.*

(19)-(22) sunt scheme de argumente ipotetico-categorice calificate. Ca şi schemele (16) şi (17), schemele (19)-(22) reprezintă precizări şi completări ale schemei (13).

8.6. **Examinarea unei consecințe plauzibile**

Să presupunem că dorim să aflăm dacă o propoziție *P* (o „ipoteză”) este adevărată; nu putem verifica direct propoziția *P* sau încercările de a verifica direct această propoziție nu au dus la nici un rezultat. Găsim, însă, o altă propoziție, *Q*, a cărei valoare logică nu o cunoaştem deocamdată, dar constatăm că *P* implică plauzibil *Q*. Încercăm să verificăm consecința plauzibilă *Q*. În urma acestei verificări, constatăm că propoziția *Q* este adevărată. În acest caz, pe baza caracteristicii (d′) a implicației certe, suntem îndreptățiți să tragem concluzia că propoziția *P* este mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(23)

P implică plauzibil Q
Q adevărată
―――――――――
P mai plauzibilă

Regula de argumentare corespunzătoare schemei de argument plauzibil (23) este următoarea:

(xvii) *Confirmarea unui consecvent plauzibil conduce la considerarea antecedentului său ca fiind mai plauzibil.*

Dacă, însă, am constatat că propoziția *Q* este falsă, atunci, pe baza caracteristicii (b′) a implicației plauzibile, suntem îndreptățiți să tragem concluzia că *P* este mai puțin plauzibilă:

(24)
P implică plauzibil Q
Q falsă
————————————
P mai puțin plauzibilă

Regula de argumentare corespunzătoare schemei de argument plauzibil (24) este următoarea:

(xviii) *Infirmarea unui consecvent plauzibil conduce la considerarea antecedentului său ca fiind mai puțin plauzibil*.

Din schemele (23) şi (24) putem obține, respectiv, două scheme de argumente ipotetice atenuate, adică de argumente în care premisa secundă este mai slabă decât premisa secundă a argumentului ipotetico-categoric corespunzător: „*Q* mai plauzibilă” în loc de „*Q* adevărată”, respectiv „*Q* mai puțin plauzibilă” în loc de „*Q* falsă”.

(25)
P implică plauzibil Q
Q mai plauzibilă
————————————
P întrucâtva mai plauzibilă

(26)
P implică plauzibil Q
Q mai plauzibilă
————————————
P întrucâtva mai puțin plauzibilă

Să considerăm schemele (23)-(26) în ordinea crescătoare a plauzibilității concluziilor lor, făcând abstracție de prima premisă, întrucât în toate cazurile aceasta este de acelaşi tip: „*P* implică plauzibil *Q*”. Obținem următorul şir:

(24)	(26)	(25)	(23)
Q falsă	*Q mai puțin plauzibilă*	*Q mai plauzibilă*	*Q adevărată*
P mai puțin pl.	*P întrucâtva mai puțin pl.*	*P întrucâtva mai pl.*	*P mai plauzibilă*

Examinarea acestui şir ne permite formularea a două reguli de argumentare, care diferă respectiv de regulile (iii) şi (iv) numai prin aceea că

în loc de „consecvent cert” vom pune „consecvent plauzibil” şi în loc de „implicaţie certă” vom pune „implicaţie plauzibilă”:

(xix) *Verificarea unui consecvent plauzibil nu poate să conducă la confirmarea antecedentului său, ci doar la creşterea gradului de plauzibilitate a acestuia.*

(xx) *Plauzibilitatea antecedentului unei implicaţii plauzibile variază în acelaşi sens cu plauzibilitatea consecventului implicaţiei, stabilită după verificarea acestuia*.

Să examinăm acum următorul exemplu. În drumurile sale de acasă la serviciu şi de la serviciu acasă, un bărbat, să-l numim „*X*”, întâlneşte foarte des o tânără şi frumoasă femeie. *X* poate să presupună că este vorba despre o întâmplare sau că femeia îl place şi doreşte să-l cunoască. *X* nu poate exclude ipoteza întâmplării, dar este înclinat să ia în considerare cea de-a doua ipoteză. Întrucât *X* nu este un infatuat, el se hotărăşte să analizeze raţional problema.

X are o ipoteză, exprimată de propoziţia

P: *Femeia mă place şi doreşte să mă cunoască*.

Cu această ipoteză, el intenţionează să explice faptul la care se referă propoziţia

Q: *În drumurile mele o întâlnesc foarte des pe acea femeie*.

După cum se vede, propoziţia *Q* se referă la o serie de coincidenţe. Mai întâi, *X* va considera propoziţia *Q* făcând abstracţie de confirmarea acesteia în propria lui experienţă. Astfel, dacă *P* este adevărată, atunci *Q* nu este cu certitudine adevărată, căci, de pildă, femeia poate fi foarte timidă, dar *Q* împreună cu *P* este mult mai uşor de explicat sau, altfel spus, *Q* cu *P* este foarte plauzibilă. Întrucât aceasta este tocmai caracteristica (a′) a implicaţiei plauzibile, *P* implică plauzibil *Q*. *Q* fiind adevărată, conform regulii (xvii) *X* este îndreptăţit să tragă concluzia că *P* este mai plauzibilă.

Să presupunem că *X* află că femeia respectivă lucrează la o firmă care are sediul în cealaltă parte a oraşului faţă de locul lui de muncă şi că locuieşte în alt cartier decât cel în care locuieşte el. Aceasta înseamnă că propoziţia *Q* fără *P* este abia plauzibilă, ceea ce face ca *P* considerată împreună cu *Q* să fie mult mai plauzibilă. Schema argumentului folosit în acest caz este următoarea:

(27)
P implică plauzibil Q
Q fără P abia plauzibilă
Q adevărată

P mult mai plauzibilă

În acest caz, încrederea lui *X* în ipoteza întâmplării scade.

Concluzia unui argument de tipul (27) este mai slabă decât concluzia unui argument de tipul asemănător (5), întrucât premisa de forma „*P* implică plauzibil *Q*” este mai slabă decât prima premisă a unui argument de tipul (5), „*P* implică cert *Q*”.

Pe de altă parte, să presupunem că *X* află că femeia respectivă lucrează în aceeaşi instituţie cu el şi că locuieşte în acelaşi cartier cu el. Aceasta înseamnă că propoziţia *Q* fără *P* este cel puţin la fel de plauzibilă ca propoziţia *Q* împreună cu *P*, ceea ce face ca *P* considerată împreună cu *Q* să fie puţin mai plauzibilă:

(28)
P implică plauzibil Q
Q fără P cel puţin la fel de plauzibilă ca şi Q cu P
Q adevărată

P puţin mai plauzibilă

În acest caz, *X* va acorda mai mult credit ipotezei întâmplării.

Şi aici observăm că avem o concluzie mai slabă decât cea din (6), întrucât premisa de forma „*P* implică plauzibil *Q*” este mai slabă decât prima premisă a unui argument de tipul (6), „*P* implică cert *Q*”.

(27) şi (28) sunt scheme de argumente ipotetico-categorice calificate. Termenul „calificat” arată că argumentul respectiv a fost obţinut prin adăugarea unui calificativ primei premise a unui argument de tipul (23).

Să admitem că plauzibilitatea lui *Q* fără *P* creşte, treptat sau continuu, de la *Q* fără *P* abia plauzibilă la *Q* fără *P* cel puţin la fel de plauzibilă ca şi *Q* cu *P*. Compararea schemelor (27) şi (28) ne arată că în această situaţie, plauzibilitatea lui *P* descreşte corespunzător, de la *P* mult mai plauzibilă la *P* puţin mai plauzibilă. Dacă plauzibilitatea lui *Q* fără *P* descreşte, atunci plauzibilitatea lui *P* creşte:

(xxi) *Plauzibilitatea antecedentului unei implicații plauzibile cu consecvent adevărat variază în sens invers cu plauzibilitatea consecventului, considerată înainte de verificare, în ipoteza că antecedentul nu este adevărat.*

Exemplul pe care l-am examinat mai sus ne permite să facem unele considerații generale cu privire la problema coincidențelor. Fie *Q* o propoziție care se referă la o coincidență. Propoziția *Q* a fost verificată şi s-a constatat că este adevărată. Pentru a explica faptul la care se referă *Q*, avem la dispoziție două tipuri de ipoteze: „Coincidența este întâmplătoare”, respectiv „Coincidența se datorează cutărui fapt determinat”[6]. Prima ipoteză este *invariantă* în raport cu domeniul la care se referă *Q*, în sensul că poate fi enunțată despre orice coincidență în aceeaşi termeni. Cea de-a doua ipoteză depinde de domeniul la care se referă *Q*, pe scurt, este *specifică*, întrucât arată că respectiva coincidență este provocată de un *anumit* fapt, aşa încât termenii în care este efectiv formulată diferă în funcție de natura coincidenței ce se cere explicată. Este de remarcat că ipoteza întâmplării nu poate fi niciodată complet exclusă şi, în acest sens, este universal aplicabilă. De aceea, problema care se pune în analiza coincidențelor este de a stabili dacă o coincidență poate fi explicată mai curând printr-una dintre ipoteze decât prin cealaltă. După cum am văzut mai sus, această alegere depinde în mod rațional de un factor pe care îl vom numi *plauzibilitatea înainte de verificare a coincidenței, presupunând că ipoteza specifică nu este adevărată*.

Luând ca reper cele arătate în secțiunile 8.3, 8.4 şi 8.5, cititorul poate încerca să formuleze scheme şi reguli privind examinarea succesivă a mai multor consecințe plauzibile, examinarea unei ipoteze posibile într-o implicație plauzibilă şi examinarea succesivă a mai multor ipoteze posibile care implică plauzibil una şi aceeaşi consecință.

8.7. **Disjuncții neexclusive şi disjuncții exclusive**

Amintim că propozițiile disjunctive sunt de două tipuri. De pildă, propoziția „Rezervorul de benzină este gol sau bateria este descărcată” apare ca fiind adevărată în cazul în care cel puțin una dintre propozițiile componente este adevărată şi ca falsă în cazul în care ambele propoziții

[6] De remarcat că, întrucât „coincidență” înseamnă doar apariție simultană a două sau mai multe evenimente, termenul compus „coincidență întâmplătoare” nu este, aşa cum se crede îndeobşte, un pleonasm.

componente sunt false. Întrucât adevărul unei propoziții de acest fel nu exclude adevărul ambelor propoziții componente, se spune că într-o astfel de propoziție cuvântul „sau” este utilizat *în sens exclusiv*, precum şi că propoziția este o *disjuncție neexclusivă*. Vom considera disjuncțiile neexclusive ca fiind de forma „*P* sau/şi *Q*” şi vom spune că *P* şi *Q* sunt *disjuncți neexclusivi*. În mod normal, propoziția „Eşti invitat la masă sâmbătă sau duminică” este luată ca o invitație la o singură masă, nu la două, astfel că această propoziție apare ca fiind adevărată dacă şi numai dacă una dintre propozițiile componente este adevărată şi cealaltă este falsă. Întrucât adevărul unei propoziții de acest al doilea fel exclude adevărul ambelor propoziții componente, se spune că într-o astfel de propoziție cuvântul „sau” este utilizat în sens exclusiv, precum şi că propoziția este o *disjuncție exclusivă*. Vom considera disjuncțiile exclusive ca fiind de forma „*P* exclude *Q*” şi vom spune că *P* şi *Q* sunt *disjuncți exclusivi*. Evident, o propoziție de forma „*P* exclude *Q*” înseamnă acelaşi lucru (este echivalentă logic) cu propoziția de forma „*Q* exclude *P*”.

În cel de-al doilea exemplu de mai sus, propozițiile componente pot fi împreună adevărate în absența lui „sau”, ceea ce arată că excluziunea se datorează chiar cuvântului „sau”. Prin contrast, în propoziția „Campionatul European de fotbal în anul 2000 a fost câştigat de echipa Franței sau de echipa Italiei”, propozițiile componente, luate în absența lui „sau”, nu pot fi împreună adevărate, ceea ce arată că excluziunea poate fi atribuită înțelesurilor particulare ale acestor propoziții, iar nu cuvântului „sau”. Cu toate acestea, întrucât adevărul unei propoziții de acest fel exclude adevărul ambelor propoziții componente, vom considera că şi aceste propoziții sunt de forma „*P* exclude *Q*”.

8.8. **Examinarea unui disjunct neexclusiv**

Fie *P* şi *Q* două ipoteze avansate pentru a explica acelaşi fapt. Deocamdată nu cunoaştem valorile logice ale acestor propoziții, dar constatăm că *P* şi *Q* pot alcătui o disjuncție neexclusivă. Să presupunem că am stabilit că *P şi Q sunt singurele ipoteze care pot explica faptul respectiv*. Încercăm să verificăm una dintre ipoteze, să zicem pe *Q*. În urma verificării lui *Q* constatăm că propoziția *Q* este falsă. Întrucât *P* şi *Q* sunt singurele ipoteze care pot explica faptul considerat, suntem îndreptățiți să tragem concluzia că *P* este cert adevărată. Schema argumentului folosit este următoarea:

(29)

P sau/şi Q
Q falsă
___
P cert adevărată

Evident, dacă *P* se dovedeşte a fi falsă, suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că propoziţia *Q* este cert adevărată.

Aceasta este o schemă de argument cert, cunoscută sub numele *modus tollendo-ponens*. Presupunerea că *P* şi *Q* sunt singurele ipoteze care pot explica un anumit fapt este esenţială, atunci când argumentăm conform schemei (29). Dacă *R* ar fi o a treia ipoteză, diferită de primele două, care ar putea explica faptul considerat, atunci, chiar dacă se dovedeşte că ipoteza *Q* este falsă, nu mai suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că *P* este cert adevărată. La fel de bine s-ar putea ca *P* să fie falsă, ipoteza adevărată fiind *R*. Într-un astfel de caz, suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că *P* este cert adevărată, doar dacă am constatat că şi *R* este falsă. Schema argumentului folosit va fi următoarea:

(30)

P sau/şi Q sau/şi R
Q falsă
R falsă
___
P cert adevărată

Urmând uzanţele, vom spune că (29) şi (30) sunt scheme de *argumente disjunctivo-categorice*.

Atunci când *P* şi *Q* sunt singurele ipoteze care explică acelaşi fapt, vom spune că propoziţia compusă „*P* sau/şi *Q*" este o *disjuncţie neexclusivă exhaustivă*. Regula de argumentare corespunzătoare schemei (29) este următoarea:

(xxii) *Infirmarea unui disjunct al unei disjuncţii neexclusive exhaustive conduce la considerarea celuilalt disjunct ca fiind cert adevărat*.

Pe de altă parte, confirmarea unui disjunct al unei disjuncţii neexclusive exhaustive nu conduce la vreo concluzie determinată despre celălalt disjunct, căci într-o disjuncţie neexclusivă cu un disjunct adevărat, celălalt disjunct poate fi adevărat sau fals.

Acum, să presupunem că nu am reuşit să infirmăm ipoteza *Q*, dar am reuşit să arătăm că această ipoteză este mai puţin plauzibilă. În acest caz nu mai suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că *P* este cert adevărată; putem, însă, să tragem în mod rezonabil o concluzie mai slabă, şi anume că *P* este mai plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(31)

P sau/şi Q
Q mai puţin plauzibilă
___
P mai plauzibilă

(31) este o schemă de *argument disjunctiv atenuat*. Termenul „atenuat" arată că argumentul a fost obţinut prin slăbirea premisei secunde a schemei de bază (29): „*Q* mai puţin plauzibilă" în loc de „*Q* falsă".

Să admitem că pe parcursul unui demers argumentativ, plauzibilitatea lui *Q* descreşte, treptat sau continuu, de la *Q* mai puţin plauzibilă la *Q* falsă. Compararea schemelor (29) şi (31) ne arată că în această situaţie, plauzibilitatea lui *P* creşte corespunzător, de la *P* mai plauzibilă la *P* cert adevărată, ceea ce ne permite să formulăm următoarea regulă:

(xxiii) *Cu cât un disjunct al unei disjuncţii neexclusive exhaustive este mai puţin plauzibil, cu atât este mai plauzibil celălalt disjunct.*

8.9. **Examinarea unui disjunct exclusiv**

Fie *P* şi *Q* două ipoteze avansate pentru a explica acelaşi fapt. Deocamdată nu cunoaştem valorile logice ale acestor propoziţii, dar constatăm că *P* şi *Q* pot alcătui o disjuncţie exclusivă. Dacă am stabilit că *P şi Q sunt singurele ipoteze care pot explica faptul respectiv*, iar în urma verificării ipotezei *Q* am constatat că această ipoteză este falsă, atunci suntem îndreptăţiţi să conchidem că *P* este cert adevărată. Schema argumentului folosit este următoarea:

(32)

P exclude Q
Q falsă
___
P cert adevărată

La fel, dacă *P* se dovedeşte a fi falsă, atunci suntem îndreptățiți să conchidem că ipoteza *Q* este cert adevărată. Schema de argument cert, disjunctivo-categoric, (32) poate fi numită tot *modus tollendo-ponens*.

Ca şi în cazul schemei (29), presupunerea că *P* şi *Q* sunt singurele ipoteze care pot explica un anumit fapt este esențială, atunci când argumentăm conform schemei (32). Să presupunem că un individ este găsit mort în biroul său şi că anchetatorul formulează ipotezele explicative „A fost crimă” şi „A fost sinucidere”. Aceste ipoteze pot alcătui o disjuncție exclusivă. Dacă se dovedeşte că nu a fost o sinucidere, atunci ipoteza că a fost crimă este confirmată, doar dacă nu poate fi considerată şi ipoteza unui accident. Atunci când *P* şi *Q* sunt singurele ipoteze care explică acelaşi fapt, vom spune că propoziția compusă „*P* exclude *Q*” este o *disjuncție exclusivă exhaustivă*. Regula de argumentare corespunzătoare schemei (32) este următoarea:

(xxiv) *Infirmarea unui disjunct al unei disjuncții exclusive exhaustive conduce la considerarea celuilalt disjunct ca fiind cert adevărat*.

Din schema (32) putem obține următoarea schemă de argument plauzibil atenuat, în care prima premisă rămâne o disjuncție exclusivă exhaustivă:

(33)
P exclude Q
Q mai puțin plauzibilă
____
P mai plauzibilă

Am arătat că dacă un disjunct al unei disjuncții neexclusive se dovedeşte a fi adevărat, nu putem spune nimic determinat despre celălalt disjunct. Dacă, însă, un disjunct al unei disjuncții exclusive se dovedeşte a fi adevărat, atunci suntem îndreptățiți să conchidem că celălalt disjunct este cert fals. Schema argumentului folosit într-un astfel de caz este următoarea:

(34)
P exclude Q
Q adevărată
____
P cert falsă

Evident, dacă *P* se dovedeşte a fi adevărată, atunci suntem îndreptăţiţi să tragem concluzia că ipoteza *Q* este cert falsă.

Schema de argument cert (34) este cunoscută sub numele de *modus ponendo-tollens*. Este important de remarcat că *modus ponendo-tollens* nu depinde de presupunerea că *P* şi *Q* sunt singurele ipoteze care pot explica acelaşi fapt, astfel că într-un argument de tipul (34), premisa de forma „*P* exclude *Q*” poate fi o disjuncţie exclusivă neexhaustivă. Reluând ultimul exemplu de mai sus, dacă s-a constatat că a fost o sinucidere, atunci ipoteza crimei este infirmată, chiar dacă a fost considerată anterior şi ipoteza accidentului. Este evident că într-o astfel de situaţie, ipoteza accidentului este, de asemenea, infirmată. Regula de argumentare corespunzătoare schemei (34) este următoarea:

(xxv) *Confirmarea unui disjunct al unei disjuncţii exclusive (exhaustive sau nu) conduce la considerarea celuilalt disjunct ca fiind cert fals*.

Prin slăbirea premisei secunde din schema (34) obţinem o schemă de argument plauzibil atenuat, în care, de asemenea, prima premisă poate fi şi neexhaustivă:

(35)

P exclude Q
Q mai plauzibilă
———————
P mai puţin plauzibilă

Să considerăm cele patru scheme de mai sus în ordinea descrescătoare a plauzibilităţii concluziilor lor:

(32)	(33)	(35)	(34)
P exclude Q	*P exclude Q*	*P exclude Q*	*P exclude Q*
Q falsă	*Q mai puţin plauzibilă*	*Q mai plauzibilă*	*Q adevărată*
———	———	———	———
P cert adev.	*P mai plauzibilă*	*P mai puţin pl.*	*P cert falsă*

După cum am văzut, schemele (32) şi (33) depind de supoziţia că premisa de forma „*P* exclude *Q*” este exhaustivă, în timp ce schemele (34) şi (35) nu depind de această supoziţie. Să admitem că pe parcursul unui demers argumentativ, plauzibilitatea unuia dintre disjuncţi creşte, treptat sau continuu, de la *mai puţin plauzibil* la *adevărat*. În această situaţie, plauzibilitatea celuilalt disjunct descreşte corespunzător, de la *mai plauzibil* la

cert fals. Dacă însă, plauzibilitatea unui disjunct descreşte de la *mai plauzibil* la *fals,* plauzibilitatea celuilalt disjunct creşte corespunzător, de la *mai puţin plauzibil* la *cert adevărat*. Aşadar, putem formula următoarea regulă:

(xxvi) *Plauzibilitatea unui disjunct al unei disjuncţii exclusive exhaustive variază în sens invers cu plauzibilitatea celuilalt disjunct, stabilită după verificarea sa.*

Pe de altă parte, compararea schemelor (35) şi (34) ne permite formularea următoarei reguli:

(xxvii) *Cu cât un disjunct al unei disjuncţii exclusive (exhaustive sau nu) este mai plauzibil, cu atât este mai puţin plauzibil celălalt termen.*

8.10. **Examinarea unor ipoteze incompatibile**

Fie *P* şi *Q* două ipoteze avansate pentru a explica acelaşi fapt. Deocamdată nu cunoaştem valorile logice ale celor două ipoteze, însă, în lumina cunoştinţelor anterioare, ne dăm seama că putem exclude posibilitatea ca ambele ipoteze să fie adevărate, dar nu şi posibilitatea ca ambele ipoteze să fie false. Într-o astfel de situaţie, vom spune că cele două ipoteze sunt *incompatibile* şi vom scrie „*P* incompatibilă cu *Q*". Într-o incompatibilitate, ordinea termenilor, *P* şi *Q*, este indiferentă: „*P* incompatibilă cu *Q*" înseamnă acelaşi lucru (este echivalentă logic) cu „*Q* incompatibilă cu *P*".

Acum, fie *P* şi *Q* două ipoteze incompatibile. Dacă una dintre ipoteze, să zicem *Q*, se dovedeşte a fi adevărată, atunci suntem îndreptăţiţi să conchidem că cealaltă ipoteză, *P*, este cu certitudine falsă. Schema argumentului cert folosit în acest caz este următoarea:

(36)

P incompatibilă cu Q
Q adevărată
____
P cert falsă

Dacă, însă, *Q* a fost infirmată, nu suntem îndreptăţiţi să conchidem că *P* este cu certitudine adevărată, căci este posibil ca şi *P* să fie falsă. Totuşi, în urma infirmării ipotezei *Q*, încrederea noastră în ipoteza *P*, incompatibilă cu *Q*, creşte. În acest caz, folosim un argument plauzibil a cărui schemă este următoarea:

(37)

P incompatibilă cu Q
Q falsă
___
P mai plauzibilă

Regulile de argumentare corespunzătoare, respectiv, schemelor (36) şi (37) sunt următoarele:

(xxviii) *Confirmarea unui termen al unei incompatibilităţi conduce la considerarea celuilalt termen ca fiind cert fals*.

(xxix) *Infirmarea unui termen al unei incompatibilităţi conduce la considerarea celuilalt termen ca fiind mai plauzibil*.

Prin slăbirea premisei secunde a unui argument de tipul (36) obţinem un argument plauzibil atenuat, cu o concluzie mai slabă decât cea trasă conform schemei (36) şi la fel pentru un argument de tipul (37). Schemele corespunzătoare sunt, respectiv, următoarele:

(38)

P incompatibilă cu Q
Q mai plauzibilă
___
P mai puţin plauzibilă

(39)

P incompatibilă cu Q
Q mai puţin plauzibilă
___
P întrucâtva mai plauzibilă

Adverbul „întrucâtva" arată că într-un argument de tipul (39), concluzia este mai slabă decât concluzia obţinută conform schemei (37).

Să considerăm schemele (36)-(39) în ordinea crescătoare a plauzibilităţii concluziilor lor, făcând abstracţie de prima premisă, întrucât în toate cazurile aceasta este de acelaşi tip: „*P* incompatibilă cu *Q*". Obţinem următorul şir:

(36)	(38)	(39)	(37)
Q adevărată	*Q mai plauzibilă*	*Q mai puţin plauzibilă*	*Q falsă*
P cert falsă.	*P mai puţin pl.*	*P întrucâtva mai pl.*	*P mai plauzibilă*

Examinarea acestui şir ne permite formularea următoarelor două reguli:

(xxx) *Verificarea unui termen al unei incompatibilităţi nu poate să conducă la confirmarea celuilalt termen, ci doar la creşterea gradului de plauzibilitate a acestuia.*

(xxxi) *Plauzibilitatea unui termen al unei incompatibilităţi variază în sens invers cu plauzibilitatea celuilalt termen, stabilită după verificarea acestuia.*

8.11. **Respingere şi compatibilitate**

În 7 aprilie 1994, cotidianul *România liberă* a publicat un articol, preluat din *Daily Mirror*, intitulat „Cazul Foster complică dosarul «Whitewater»". Să analizăm următorul pasaj din acest articol:

• *Moartea lui Vince Foster, asistent al preşedintelui Bill Clinton, petrecută acum câteva luni, continuă să dea de furcă investigatorilor, atât în ceea ce priveşte motivul sinuciderii, cât şi răspunsul la întrebarea: a fost în realitate o sinucidere sau o crimă, comisă cu profesionalism? Un detaliu din fotografia cadavrului, publicată în presă după ce acesta a fost găsit zăcând într-un parc din Washington, a atras atenţia specialiştilor: mâna sinucigaşului păstrează încă arma, cu degetul mare pe trăgaci. Experţii sunt de părere că reculul unui revolver de calibrul 38 ar fi trebuit să arunce arma dintr-o mână devenită inertă imediat după ce a tras, moartea survenind instantaneu, deoarece glontele a fost ţintit în gură. Există însă şi alte indicii, care pun sinuciderea sub semnul întrebării.*

Să examinăm în termeni de plauzibilitate măsura în care indiciul menţionat („mâna sinucigaşului păstrează încă arma, cu degetul mare pe trăgaci") pune ipoteza sinuciderii sub semnul întrebării. Pentru aceasta, să considerăm ipoteza

P: *A fost sinucidere*,

precum şi, înainte de verificarea sa, propoziţia

Q: *Revolverul care a provocat moartea se află în mâna cadavrului*

Nu sunt temeiuri pentru a susţine că *P* şi *Q* sunt incompatibile, căci nu se poate exclude posibilitatea intervenţiei unui factor care, în cazul

sinuciderii, să fi diminuat sau chiar să fi împiedicat reculul, cum ar fi un revolver de construcție specială sau un spasm intervenit imediat după ce sinucigaşul a apăsat pe trăgaci. Examinând cele două propoziții în lumina cunoştințelor de criminalistică, apare că este posibil ca propoziția *Q* să fie adevărată şi propoziția *P* falsă sau, altfel spus, ca propoziția *Q* să fie adevărată împreună cu negația lui *P*, non-*P*. Vom spune că propoziția *Q* *respinge* propoziția *P* şi vom scrie „*Q* respinge *P*”. Într-o respingere, ordinea termenilor nu este indiferentă: „*Q* respinge *P*” nu înseamnă acelaşi lucru cu „*P* respinge *Q*”. De aceea, în „*Q* respinge *P*”, propoziția *Q* (cea care respinge) va fi numită *antecedent*, iar propoziția *P* (cea care este respinsă) va fi numită *succedent*.

Revenind la exemplul considerat, *Q* fiind adevărată, nu suntem îndreptățiți să tragem concluzia că *P* este cert falsă; putem, însă, să tragem o concluzie mai slabă, şi anume că *P* este mai puțin plauzibilă. Schema argumentului folosit este următoarea:

(40)

Q respinge P

Q adevărată

P mai puțin plauzibilă

Regula de argumentare corespunzătoare schemei (40) este următoarea:

(xxxii) *Confirmarea antecedentului unei respingeri conduce la considerarea succedentului său ca fiind mai puțin plauzibil*.

Să observăm şi că ipoteza crimei implică plauzibil propoziția *Q*, astfel că, potrivit regulii (xvii), suntem îndreptățiți să conchidem că ipoteza crimei este mai plauzibilă.

Să presupunem acum că revolverul care a provocat moartea ar fi fost găsit la câțiva metri de cadavru şi deci că propoziția *Q* ar fi falsă. În această situație, întrucât, după cum am arătat, nu sunt temeiuri pentru a susține că *P* şi *Q* sunt incompatibile, concluzia va fi mai slabă decât cea trasă conform schemei (37):

(41)

Q respinge P

Q falsă

P întrucâtva mai plauzibilă

Regula de argumentare corespunzătoare schemei (41) este următoarea:

(xxxiii) *Infirmarea antecedentului unei respingeri conduce la considerarea succedentului său ca fiind întrucâtva mai plauzibil*.

În „cazul Foster”, două cadre medicale care au văzut cadavrul în locul în care a fost găsit au evidenţiat şi un alt indiciu care aruncă îndoieli asupra ipotezei sinuciderii. Astfel, asistenţii medicali George Gonzales şi Kory Ashford au declarat ziarului *Daily Mirror* următoarele:

• „*Cursese prea puţin sânge, având în vedere faptul că victima s-a împuşcat în gură. Faţa îi era foarte palidă şi numai o dâră de sânge, foarte subţire, i se scurgea la colţul gurii*” (G. G.). „*Eu nu-mi amintesc să fi văzut sânge, ceea ce mi se pare ciudat, având în vedere faptul că am văzut de nenumărate ori oameni care s-au împuşcat în gură*” (K. A.).

Să notăm propoziţia „A curs puţin sânge” cu *R* şi să o considerăm înaintea verificării sale. Este evident că şi *R* respinge *P*. Întrucât şi propoziţia *R* este adevărată, încrederea acordată ipotezei *P* scade, chiar dacă nu se poate spune *cât* de mare este această scădere. Tot ce se poate spune este că plauzibilitatea ipotezei *P* după confirmarea lui *R* este mai mică decât plauzibilitatea lui *P* numai după confirmarea lui *Q*. Astfel, putem formula următoarea regulă:

(xxxiv) *O ipoteză este cu atât mai puţin plauzibilă, cu cât numărul de propoziţii confirmate care o resping este mai mare (presupunând că nu am întâlnit nici o propoziţie falsă care să o respingă)*.

Să analizăm în continuare încă un pasaj din articolul menţionat:

• *Aceste declaraţii, coroborate şi cu alte detalii ieşite din comun, au condus la ipoteza că Foster ar fi fost împuşcat în alt loc, fiind transportat ulterior în parcul unde a fost găsit. (...) S-a descoperit că, în ziua morţii sale, Foster a petrecut trei ore nu se ştie unde şi cu cine, fapt neobişnuit pentru un înalt funcţionar al Administraţiei americane, al cărui program zilnic este riguros stabilit, pe ore şi minute. Nu există, deci, nici un indiciu care să explice cum şi-a petrecut el timpul între orele 13 şi 16. Unii investigatori presupun că exact în acest interval de timp a fost ucis Foster*.

În acest pasaj sunt formulate următoarele două ipoteze:

P: *Foster a fost împuşcat în alt loc (decât cel în care a fost găsit);*
Q: *Foster a fost ucis în intervalul de timp cuprins între orele 13 şi 16.*

P se poate dovedi adevărată sau falsă şi la fel şi *Q*. Examinând aceste două ipoteze în lumina a ceea ce se cunoaşte despre „cazul Foster”, apare că este posibil ca ambele ipoteze să fie adevărate. Vom spune că *A* şi *B* sunt *compatibile* şi vom scrie „*P* compatibilă cu *Q*”. Într-o compatibilitate, ordinea termenilor este indiferentă: „*P* compatibilă cu *Q*” înseamnă acelaşi lucru (este echivalentă logic cu „*Q* compatibilă cu *P*”. Să presupunem că una dintre ipoteze, să zicem *Q*, se dovedeşte a fi adevărată. În acest caz, cealaltă ipoteză, *P*, apare ca fiind mai plauzibilă:

(42)
P compatibilă cu Q
Q adevărată

P mai plauzibilă

Dacă una dintre ipoteze se dovedeşte a fi falsă, atunci cealaltă ipoteză se dovedeşte a fi întrucâtva mai puţin plauzibilă:

(43)
P compatibilă cu Q
Q falsă7

P întrucâtva mai puţin plauzibilă

Regulile de argumentare corespunzătoare schemelor (41) şi (42) sunt, respectiv, următoarele:

(xxxv) *Confirmarea unui termen al unei compatibilităţi conduce la considerarea celuilalt termen ca fiind mai plauzibil*.

(xxix) *Infirmarea unui termen al unei compatibilităţi conduce la considerarea celuilalt termen ca fiind întrucîtva mai puţin plauzibil*.

De notat că, folosind constanta ◊ („posibil”), incompatibilitatea, respingerea şi compatibilitatea pot fi redate, respectiv, prin următoarele formule ale **LPM**: ~◊(*p* & *q*), ◊(*q* & ~*p*), ◊(*p* & *q*).

8.12. **Argumente plauzibile complexe**

În secțiunile precedente ale acestui capitol am examinat scheme de argumente în care apar două premise, una dintre ele având sau nu o calificare (calificarea nu reprezintă o premisă suplimentară, ci o indicație privind tăria unei premise). Vom numi argumentele de acest fel *argumente simple*.

Să ne întoarcem la exemplul analizat mai sus („cazul Foster") şi să ne punem în postura unui investigator care se întreabă dacă se impune sau nu căutarea unui eventual martor al presupusei sinucideri. Această problemă se poate reformula astfel: în lumina datelor cunoscute despre cazul în speță, ce grad de încredere rațională se poate acorda ipotezei „Există un martor al sinuciderii"? Să notăm această ipoteză cu *P*. Să considerăm din nou propoziția „Revolverul care a provocat moartea se află în mâna cadavrului", pe care o vom nota cu *Q*, precum şi ipoteza „A fost sinucidere", pe care o vom nota aici cu *R*. După cum am văzut, *Q* respinge *R*. Întrucât *Q* este adevărată, *R* este mai puțin plauzibilă (regula (xxxii))[7]:

Q respinge R
Q adevărată

R mai puțin plauzibilă

Este apoi evident că *R* cu *P* este cert adevărată (*P* fără *R* cert falsă), adică *P* implică cert *R*. Combinând această premisă cu concluzia obținută mai sus, „*R* mai puțin plauzibilă", rezultă că *P* este mai puțin plauzibilă (conform schemei (3), în care *Q* este înlocuită cu *R*):

P implică cert R
R mai puțin plauzibilă

P mai puțin plauzibilă

Eliminând concluzia intermediară „*R* mai puțin plauzibilă", obținem următoarea schemă de argument plauzibil *complex*:

---

[7] Facem aici abstracție de indiciul la care se referă propoziția „A curs puțin sânge".

P implică cert R
Q respinge R
Q adevărată

P mai puțin plauzibilă

Să analizăm acum un pasaj dintr-un articol publicat în cotidianul *Adevărul* din 5 ianuarie 1994, intitulat „Spargerea de la locuința d-lui deputat Rațiu. Nu a fost un atentat politic – afirmă surse autorizate din poliție”:

• *Infracțiunea a fost săvârşită de către un om din anturajul domnului deputat.* (…) *–Ne-ați putea oferi câteva argumente pe care se bazează concluzia dumneavoastră? –Chiar mai multe. Nici una dintre broaştele de la intrarea în locuință nu a fost forțată. Deci infractorul a venit cu chei potrivite.*

Acest pasaj conține un argument complex eliptic. Concluzia sa finală poate fi enunțată după cum urmează:

P: *Infractorul a făcut parte din anturajul domnului deputat*.

Următoarele două propoziții joacă aici un rol esențial:

Q: *Infractorul a avut chei potrivite*;
R: *Nici una dintre broaştele de la intrarea în locuință nu a fost forțată*.

Să refacem argumentul reprezentantului poliției. Mai întâi, observăm că propoziția *Q* apare ca o concluzie intermediară a unui argument eliptic, în care o premisă este *R*. Considerând propoziția *R* înaintea verificării sale, *Q* fără *R* apare ca fiind cert falsă (dacă ar fi existat broaşte forțate, era clar că infractorul nu a operat cu chei potrivite), aşa încât *Q* implică cert *R*. Întrucât propoziția *R* este adevărată, *Q* este mai plauzibilă (regula (ii)):

Q implică cert R
R adevărată

Q mai plauzibilă

Propoziția *P* poate fi adevărată, dacă *Q* este falsă: se putea ca infractorul să facă parte din anturajul deputatului, dar să nu aibă chei potrivite). Totuşi, considerată fără *Q*, propoziția *P* este mai puțin plauzibilă, aşa încât *P* implică plauzibil *Q*. Dacă am combina această premisă cu

concluzia intermediară obținută mai sus, ar rezulta că *P* este întrucâtva mai plauzibilă (conform schemei (25)). Să observăm, însă, că fără *P*, propoziția *Q* este abia plauzibilă: este foarte greu de explicat faptul că infractorul a avut chei potrivite, dacă el nu făcea parte din anturajul deputatului. Aceasta face ca *P* considerată împreună cu *Q* să fie mult mai plauzibilă. Este, deci, vorba despre o premisă calificată.

Acum, dacă *Q* ar fi adevărată, atunci, conform schemei (27), am putea trage concluzia că *P* este mult mai plauzibilă. Întrucât aici *Q* este doar mai plauzibilă, concluzia pe care suntem îndreptățiți să o tragem este mai slabă decât concluzia unui argument de tipul (27) – „*P* mult mai plauzibilă” –, dar mai tare decât concluzia unui argument de tipul (25) – „*P* întrucâtva mai plauzibilă”. Este rezonabil să considerăm o concluzie de tărie „intermediară”, şi anume „*P* mai plauzibilă”:

P implică plauzibil Q
Q fără P abia plauzibilă
Q mai plauzibilă

P mai plauzibilă

Eliminând concluzia intermediară „*Q* mai plauzibilă”, obținem următoarea schemă de argument plauzibil complex:

P implică plauzibil Q
Q fără P abia plauzibilă
Q implică cert R
R adevărată

P mai plauzibilă

Această analiză arată că reprezentantul poliției ar fi fost îndreptățit să tragă concluzia „Este mai plauzibil că infracțiunea a fost săvârşită de către un om din anturajul domnului deputat”.

Pentru ilustrare, prezentăm încă două scheme de argumente plauzibile complexe:

P implică plauzibil Q
Q incompatibilă cu R
R mai plauzibilă

P întrucâtva mai puțin plauzibilă

P implică cert Q
Q exclude R
R mai plauzibilă
___
P mai puțin plauzibilă

Lăsăm ca exercițiu identificarea schemelor simple folosite pentru a obține aceste scheme de argumente complexe.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME

1. Formulați două exemple de propoziții condiționale care să exprime, respectiv, o implicație certă și o implicație plauzibilă și ilustrați cu ajutorul acestor exemple caracteristicile celor două tipuri de implicație.

2. Arătați că *n* propoziții – P_1, P_2, …, P_n – implică cert o propoziție *Q* dacă și numai dacă P_1 sau P_2 sau … sau P_n implică cert *Q*, „sau” fiind utilizat neexclusiv.

3. Formulați un exemplu de argument care să ilustreze faptul că dacă un termen al unei disjuncții neexclusive este confirmat, despre celălalt termen nu se poate spune nimic determinat, indiferent dacă disjuncția este exhaustivă sau nu.

4. Formulați un exemplu de argument care să ilustreze faptul că infirmarea unui termen al unei disjuncții exclusive și neexhaustive nu conduce la considerarea celuilalt termen ca fiind cert adevărat.

5. Pliniu cel Bătrân a formulat următorul argument eliptic: „Dacă steaua sub care s-a născut un om este cauza destinului său, atunci toți oamenii născuți sub aceeași stea trebuie să aibă aceeași soartă. Dar sub aceeași stea s-au născut deopotrivă și stăpâni și sclavi, și regi și cerșetori”. Completați acest argument și stabiliți dacă este un argument cert sau unul plauzibil.

6. Celebrul medic grec Galen a tras concluzia că o pacientă a sa este îndrăgostită de un cunoscut dansator, pe baza faptului că pronunțarea numelui dansatorului provoca accelerarea pulsului pacientei. Stabiliți gradul de plauzibilitate a concluziei argumentului folosit de Galen.

7. Corăbierii din expediția lui Columb se bucurau ori de câte ori vedeau păsări. Ei considerau păsările drept un semn care indica apropierea

pământului, deşi au fost de multe ori dezamăgiţi. Stabiliţi gradul de plauzibilitate a concluziei argumentului folosit de corăbieri.

8. O persoană declară la poliţie că a fost atacată şi jefuită de un individ mascat. Poliţia a găsit la locul faptei o mască făcută dintr-o bucată de pânză de culoare gri închis. Unul dintre suspecţii cercetaţi poseda o haină a cărei căptuşeală de culoare gri închis avea o gaură mare, altfel fiind într-o stare foarte bună. Masca găsită la locul faptei era din acelaşi material ca şi căptuşeala hainei suspectului şi avea aceleaşi dimensiuni cu gaura din căptuşeală. Respectivul suspect a fost arestat şi a fost acuzat de participare la jaf. Să se determine gradul de plauzibilitate a acuzaţiei. (*Indicaţie*: argumentul corespunzător acestui caz are o premisă calificată).

9. Într-un proces, acuzaţii sunt un patron al unei firme şi un important funcţionar al primăriei oraşului. Primul este acuzat de a fi dat mită, iar al doilea de a fi primit-o. În actul de acuzare se arată că funcţionarul este proprietarul unui automobil „Audi”, care a fost plătit din contul patronului. Acuzarea prezintă două probe: un martor, reprezentant al firmei „Audi”, care declară că pe data de 17 martie a vândut funcţionarului automobilul, acesta plătind suma de 45790 $, şi un înscris din care rezultă că din contul patronului acuzat a fost retrasă suma de 45800 $ pe 15 martie (acelaşi an). Să se determine gradul de plauzibilitate a acuzaţiei.

10. Stabiliţi gradul de plauzibilitate a ipotezei că o persoană este învinuită de un anumit fapt în fiecare dintre următoarele situaţii: (a) persoana respectivă dezminte învinuirea, (b) persoana respectivă nu dezminte învinuirea.

BIBLIOGRAFIE

Wilhelm Ackermann, *Solvable Cases of the Decision Problem*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1954.

Richard B. Angell, *Reasoning and Logic*, Appleton Century Crofts, New York, 1964.

Petre Bieltz, Dumitru Gheorghiu, *Logică juridică*, Editura Pro Transilvania, Bucureşti, 1998.

Chin Liang-Chang, Richard Char-Tung Lee, *Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving*, Academic Press, New York, 1973.

Alonzo Church, *A Note on the Entscheidungsproblem*, în „Journal of Symbolic Logic”, Vol. I, 1936.

Alonzo Church, *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton, 1956.

Gheorghe Enescu, *Dicționar de logică*, Editura Științifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985.

Richard L. Epstein, *Relatedness and Implication*, în „Philosophical Studies”, 36, 1979.

Dumitru Gheorghiu, *Negația contrară şi negația subcontrară*, în „Analele Universității Bucureşti” – seria Filosofie, 1997.

Dumitru Gheorghiu, *Logică şi argumentare*, Editura Teora, Bucureşti, 1999.

David Hilbert, Wilhelm Ackermann, *Mathematical Logic*, Chelsea, 1950.

Patrick J. Hurley, *A Concise Introduction to Logic*, Wadsworth Publishing, Belmont, California, 1988.

G. E. Hughes, M. J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic* ,Methuen, London, 1972.

George Pólya, *Matematica şi raţionamentele plauzibile*, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1962.
Willard Van Orman Quine, *Methods of Logic*, Henry Holt & Company, New York, 1953.
Mark Sainsbury, *Logical Forms. An Introduction to Philosophical Logic*, Blackwell Publishers, Oxford UK & Cambridge USA, 1993.
John Woods, Douglas Walton, *Argument: the Logic of the Fallacies*, Mc Graw-Hill Ryerson Ltd., 1982.